

Seminar  
**Geometrische Gruppentheorie**  
Wintersemester 2020

Wir folgen [Löh17].

1. **Freie Gruppen und Präsentationen** (75 min) 4.11.20 (Kl.)

Def. Erzeugendensystem, freie Gruppe (universelle Eigenschaft, Existenz und Eindeutigkeit), Erzeuger und Relationen, Beispiele: Diedergruppe [Löh17, Ex. 2.2.20], Wortproblem [Löh17, Cav. 2.2.24, evt. Ex. 2.2.23].

**Literatur:** [Löh17, §2.2.1, §2.2.2, §2.2.3].

2. **Cayley-Graphen** (75 min) 11.11.20 (L.)

Def. Graph, Graph-Isomorphismen, Weg, Baum, Baum  $\iff$  eindeutige Pfade.  
Def. Cayley-Graph, Beispiele endlicher Cayley-Graphen, Gruppe operiert auf Cayley-Graph.

**Literatur:** [Löh17, §3.1 und §3.2] ohne [Löh17, Out. 3.2.4, Out. 3.2.5]. [Löh17, Def. 4.1.8, Ex. 4.1.9, Prop. 4.1.10] .

3. **Freie Gruppen** (75 min) 18.11.20 (M.)

Reduzierte Wörter, Cayley-Graph von freier Gruppe und Bäume, Satz von Nielsen-Schreier.

**Literatur:** [Löh17, §3.3] aber aus [Löh17, §3.3.1] nur Def. 3.3.4, Prop. 3.3.5, Cor. 3.3.7. [Löh17, Thm. 4.2.1] Beweis nur Part I, Rest skizzieren/zitieren, [Löh17, Cor. 4.2.8, Ex. 4.2.9].

4. **Ping-Pong und  $SL_2(\mathbb{Z})$**  (75 min) 25.11.20 (Sch.)

Ping-Pong-Lemma mit Beweis, Beispiele für freie Untergruppen von  $SL_2(\mathbb{Z})$ , explizite freie Untergruppe von endlichem Index in  $SL_2(\mathbb{Z})$  konstruieren. Evt. Anwendungen [Löh17, Thm. 4.4.6 oder Thm. 4.4.7].

**Literatur:** [Löh17, Thm. 4.3.1] und [Löh17, §4.4.1].

5. **Quasi-Isometrie** (75 min) 2.12.20 (B.)  
 Def. Quasi-Isometrie, Beispiel  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $2\mathbb{Z}$  quasi-isometrisch, Bemerkung [Löh17, Cav. 5.1.8]!  
 Metriken auf Graphen, Wortmetrik, Cayley-Graphen zu endlichen Erzeugendensystemen einer Gruppe sind quasi-isometrisch.  
**Literatur:** [Löh17, §5.1] bis Prop. 5.1.10., [Löh17, §5.2].
6. **Geometrie von Gruppen: Švarc–Milnor-Lemma** (75 min) 9.12.20 (R.)  
 (Quasi-)Geodäten, Švarc–Milnor-Lemma und Beispiele.  
**Literatur:** [Löh17, §5.3 und §5.4].
7. **Quasi-isometrische Invarianten** (75 min) 16.12.20 (So.)  
 Dynamisches Kriterium für Quasi-Isometrie, uniforme Gitter, quasi-isometrische Invarianten, geometrische Eigenschaften von Gruppen mit Beispielen.  
**Literatur:** [Löh17, §5.5 und §5.6] ohne [Löh17, §5.6.3].
8. **Wachstumsraten von Gruppen** (75 min) 16.12.20 (Ka.)  
 Wachstumsfunktionen, Wachstumsraten und Quasi-Isometrie, Wachstumsraten endlicher Gruppen mit Beispielen, Švarc–Milnor-Lemma für Wachstumsraten.  
**Literatur:** [Löh17, §6.1 und §6.2].

## Literatur

- [DK] Cornelia Druțu und Michael Kapovich. *Geometric Group Theory*. URL: <https://www.math.ucdavis.edu/~kapovich/EPR/ggt.pdf>.
- [Löh17] Clara Löh. *Geometric Group Theory: An Introduction*. Universitext. Springer International Publishing, 2017. ISBN: 9783319722542.