

Übungen zur Vorlesung Algebra I
Übungsblatt 2

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya
Übungen: M. Nickel

14.10.2014

Übung 1 (4 Punkte)

Sei V ein endlich-dimensionaler K -Vektorraum und $f \in \text{End}_K(V)$. Sei $q \in K[X]$ ein irreduzibles Polynom. Zeigen Sie: ist $V_q(f) = \{v \in V \mid q(f)(v) = 0\} \neq 0$, so gilt q teilt das Minimalpolynom von f : $q \mid m_f(X)$.

Präsenzaufgaben Die folgenden Aufgaben sind zur eigenen Übung gedacht und werden nicht abgegeben oder korrigiert.

Übung 2

Sei V ein endlich-dimensionaler K -Vektorraum. Man zeige, dass das Minimalpolynom m_φ eines Endomorphismus $\varphi \in \text{End}_K(V)$ gleich dem Minimalpolynom der dazugehörigen Matrix bezüglich einer gewählten Basis B von V ist, das heißt $m_\varphi = m_{M_B^B(\varphi)}$.

Übung 3

Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und das Minimalpolynom der folgenden Matrizen:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$

(d) beliebige Diagonalmatrizen.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr am Montag, den 02.11.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben und alle Blätter, zum Beispiel mit einem Schnellhefter, zusammen zu halten.