

## L3-Seminar / Proseminar

# Erzeugende Funktionen

### Wintersemester 2013/14

Der größte Teil des Seminars orientiert sich entlang des Buches [Wil90], von dem zumindest die Einleitung sicherlich für alle Seminarteilnehmer lesenswert ist. Außerdem empfehlen wir allen Teilnehmern Manfred Lehns Hinweise zum Halten eines Seminarvortrags [Leh]. Sicherlich sollte man nicht all seine Vorschläge wörtlich übernehmen, aber vieles ist auch für unser Seminar relevant.

1. **Formale Potenzreihen** (14.10.2013) ANN-KRISTIN ANGERMÜLLER

Ziel des Vortrags ist es, die theoretischen Grundlagen für das Rechnen mit Potenzreihen zu vermitteln. Dazu definieren wir den *Ring der formalen Potenzreihen* und lernen darin *Kehrwerte* und *Inverse* (unter bestimmten Voraussetzungen) zu berechnen, sowie *formales Ableiten*. Zudem sollte das allgemeine Vorgehen („The Method“) vorgestellt und anhand erster Beispiele vorgestellt werden.

**Literatur:** [Wil90, §§2.1, 1.1–1.2].

2. **Potenzreihen und Konvergenz** (28.10.2013) MONIKA DRÖSE

Zunächst soll untersucht werden, was für Auswirkungen eine Veränderung der Folge auf die zugehörige Reihe hat (Stichworte: „Shifting“ und Ableitung). Dann wollen wir uns kurz mit dem Problem befassen, dass wir auf *Konvergenz* achten müssen, sobald wir unsere Potenzreihen auswerten wollen. Dazu sollten die *Konvergenzkriterien* (knapp!) wiederholt werden. Als Beispiel wird die *Fibonacci-Folge* behandelt.

**Literatur:** [Wil90, §§2.2, 2.4, 1.3].

3. **Exponentielle Erzeugendenfunktionen** (4.11.2013) FABIAN MEYER

Als spezielle Klasse von erzeugenden Funktionen lernen wir *Exponentielle Erzeugendenfunktionen* kennen. Zu diesen sollten Beispiele vorgeführt werden. Außerdem sollen in diesem Vortrag die *Catalan-Zahlen* vorgestellt werden. Bei diesen sollte auf verschiedene Interpretationen und Anwendungen eingegangen werden.

**Literatur:** [Wil90, §2.3] + evtl. zusätzliche Quellen für Catalan-Zahlen.

4. **Zählprobleme I** (11.11.2013)

RONJA TOBBEN

Zunächst sollte an die Definition von *Graphen* erinnert werden. Daraus ergeben sich sofort eine Vielzahl von Zählproblemen. Um diese fassen zu können und eine allgemeine Theorie zu entwickeln, soll die Notation von „Decks“, „Cards“ und „Hands“ eingeführt, sowie an Beispielen erläutert werden. Insbesondere kann man auf diese Art auch *Permutationen* zählen, an deren Definition zuvor kurz erinnert werden sollte (Absprache mit Zählprobleme II!).

**Literatur:** [Wil90, §§3.1–3.3].

5. **Zählprobleme II** (18.11.2013)

SANDRA DOUBLIER

Die vorgestellten Zählprobleme können nun mit Hilfe einer allgemeinen Methode bewältigt werden. Diese soll zunächst vorgestellt und danach ein recht konkreter *Zählsatz*, der Lösungen für die Zählprobleme liefert, bewiesen werden (Stichworte: „Trickle“, „Flow“ und „Flood“). Als Anwendungsbeispiel sollten danach noch einmal *Permutationen* gezählt werden.

**Literatur:** [Wil90, §§3.4–3.5, §3.3 Example 2].

6. **Zählprobleme III** (25.11.2013)

LISA-ANNA JECK

Als weiteres Beispiel sollen *Partitionen* gezählt werden. Das führt uns zu den *Stirling-Zahlen*, die viele interessante Eigenschaften aufweisen.

**Literatur:** [Wil90, §1.6, §§3.6–3.8].

7. **Zählprobleme IV** (2.12.2013)

SANDRA SPECHT

In diesem Vortrag kehren wir zu *Graphen* zurück. Auch hier wird der *Zählsatz* verwendet, um eine Reihe von Zählproblemen zu lösen.

**Literatur:** [Wil90, §§3.9–3.12].

8. **„Unlabeled Cards“ I** (9.12.2013)

VANESSA ZAUSCH

In den nächsten zwei Vorträgen geht es um eine etwas andere Art Zählproblem: Das Zählen *unbeschrifteter Objekte*. Zunächst sollte der Unterschied zwischen dem zählen beschrifteter und unbeschrifteter Objekte deutlich gemacht werden. Dann werden die entsprechenden *Zählsätze* für diese Probleme bewiesen.

**Literatur:** [Wil90, §3.14].

9. **„Unlabeled Cards“ II** (16.12.2013)

ALEXANDER POPP

Ein Beispiel für ein Zählproblem unbeschrifteter Objekte ist das „Money Changing Problem“. Dies ist Hauptinhalt des Vortrags und kann bei Bedarf durch weitere Beispiele ergänzt werden.

**Literatur:** [Wil90, §3.15].

10. **Sieve Method I** (13.1.2014) AHMET CAMUKA

Die „Sieve Method“ ist eine Methode, die es uns erlaubt, Objekte mit vorgegebenen Eigenschaften zu zählen. Diese soll anhand mehrerer Beispiele erläutert werden.

**Literatur:** [Wil90, §4.2].

11. **Sieve Method II** (20.1.2014)

In diesem Vortrag sollen zum einen weitere interessante Beispiele der „Sieve Method“ vorgestellt werden. Weiterhin soll die „Snake Oil Method“, ein weiteres Verfahren zum Lösen bestimmter Zählprobleme, zusammen mit Beispielen vorgestellt werden.

**Literatur:** [Wil90, §4.3].

12.  **$\zeta$ - und Möbiusfunktionen** (27.1.2014) JANINE SCHÄFER

Dieser Vortrag hat einen eher zahlentheoretischen Charakter. Wir lernen zunächst *Dirichletreihen* als Beispiele *arithmetischer Funktionen* kennen. Das sind Reihen, die ein ähnliches Faltungsverhalten wie gewöhnliche Potenzreihen aufweisen, welches sie – insbesondere für zahlentheoretische Fragen – sehr interessant macht. Auch hier werden wir *formales Invertieren* lernen und als Spezialfall die *Möbiusinversionsformel* sehen.

**Literatur:** [Wil90, §2.6].

13. **Gitterpunkte I** (3.2.2014) JEANNINE SEMMLER

In diesem Vortrag werden zunächst *Gitter* definiert und in diesem Zusammenhang die Begriffe *Fundamentalparallelogramm* und *Gitterdeterminante* eingeführt. Eventuell sollte [Wol11, Satz 8.1] skizziert werden. Ziel ist es, Gitterpunkte zu vorgegebenen Radius zu zählen, bzw. Aussagen über Asymptotik machen.

**Literatur:** [Wol11, §8.1 und §§8.5.1–8.5.3].

14. **Gitterpunkte II** (10.2.2014) JANNIS WEBER

Nun interessieren wir uns für die Teilmenge der *primitiven Gitterpunkte*. Wie viele gibt es zu vorgegebener Länge? Was hat das mit Linien auf dem Torus zu tun?

**Literatur:** [Wol11, §8.6] + zusätzliche Literatur zum Torus.

## Literatur

[Leh] Manfred Lehn. *Wie halte ich einen Seminarvortrag?* URL: <http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/seminarvortrag>.

[Wil90] Herbert S. Wilf. *Generatingfunctionology*. San Diego: Academic Press, 1990. URL: <http://www.math.upenn.edu/~wilf/DownldGF.html>.

[Wol11] Jürgen Wolfart. *Einführung in die Zahlentheorie und Algebra*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011.