Prof. Dr. M. Möller
Quentin Gendron
Kolja Hept

WS 2011/12
Frankfurt/M., 14. Dezember 2011
Abgabetermin: 22.12.2011

Lineare Algebra

Übungsblatt 9[1]

Aufgabe 1

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & \lambda & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 4}$ und $v = (1, \mu, 1)^t \in \mathbb{R}^3$.
Bestimmen Sie die Lösungsmenge des LGS $Ax = v$ für alle λ und $\mu \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2

Sei K ein Körper und 1 die Eins von K. Zeigen Sie:

i) Ist K endlich, dann gibt es ein $n \in \mathbb{N}$ mit $\sum_{k=1}^{n} 1 = 0$.

ii) Angenommen, es gibt ein $n \in \mathbb{N}$ mit $\sum_{k=1}^{n} 1 = 0$, dann ist das kleinste solche n eine Primzahl. Diese Zahl heißt Charakteristik von K.

Aufgabe 3

Sei f die alternierende Trilinearform von $V = \mathbb{R}^3$ mit:

$$f\left((1,0,0), (0,1,2), (1,2,3)\right) = 4$$

Berechnen Sie $f\left((1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\right)$.

Aufgabe 4

Sei K ein Körper, V ein $K-$Vektorraum und B (bzw. A, S) die Menge der Bilinearformen (bzw. alternierenden, symmetrischen Bilinearformen) auf V.

i) Zeigen Sie, dass B ein Untervektorraum des Vektorraums der Abbildungen $V \times V \to K$ ist. Zeigen Sie, dass A und S Untervektorräume von B sind.

ii) Zeigen Sie, dass $B = A \oplus S$, falls K kein Körper von Charakteristik zwei ist.

iii) Zeigen Sie, dass $A \subset S$, falls die Charakteristik von K zwei ist.

---

[1] *auch im Internet unter*
http://www.uni-frankfurt.de/fb/fb12/mathematik/ag/personen/lehnert_ralf/LAWS1112/index.html
und im e-Learning System OLAT