Prof. Dr. M. Möller
Quentin Gendron
Kolja Hept

WS 2011/12
Frankfurt/M., 25. Januar 2012
Abgabetermin: 2.2.2012

Lineare Algebra

Übungsblatt 13[1]

Aufgabe 1

Seien $\varpi \in \mathbb{C}$ und $A, J \in \mathbb{C}^{3\times 3}$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \varpi & 1 & 0 \\ 0 & \varpi^2+1 & 1 \end{pmatrix}, J := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Für welche ϖ gibt es eine invertierbare Matrix $T \in \mathbb{C}^{3\times 3}$ mit $T^{-1}AT = J$?

Aufgabe 2

Seien $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$, $M \in \mathbb{C}^{2n\times 2n}$ mit

$$M := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ A & 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Jordansche Normalform von M in Abhängigkeit von Rang(A).

Aufgabe 3

Sei

$$V_n := \{P \in \mathbb{C}[X] \mid \deg(P) \leq n\}$$

der $\mathbb{C}$-Vektorraum der Polynome vom Grad höchstens n und

$$d : V_n \to V_n$$

die durch

$$1 \mapsto 0 \ , \ X^k \mapsto kX^{k-1} \text{ für } 1 \leq k \leq n$$

definierte lineare Abbildung.
Bestimmen Sie die Jordansche Normalform und eine Jordanbasis von d.

Aufgabe 4

Sei

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{5\times 5}.$$

Bestimmen Sie die Jordansche Normalform und eine Jordanbasis von A.

[1] *auch im Internet unter*
http://www.uni-frankfurt.de/fb/fb12/mathematik/ag/personen/lehnert_ralf/LAWS1112/index.html
und im e-Learning System OLAT