Übungen - Blatt 6

(Abgabe der Lösungen bis Montag, den 27.06.2011, um 12.00 Uhr)

Aufgabe 1)

a) (2 Punkte) Im $\mathbb{R}^3$ (mit Standardskalarprodukt) sei die Gerade

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} , \ \lambda \in \mathbb{R}$$

gegeben. Bestimmen Sie ihren Abstand zur x_1-Achse!

b) (2 Punkte) Es sei V der Vektorraum aller Polynome vom Grad höchstens 1 mit reellen Koeffizienten, also der Raum $V = \{a + bx \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ versehen mit dem Skalarprodukt

$$s(f, g) = \int_0^1 f(x) \cdot g(x) \, dx \text{ für alle } f, g \in V.$$

Bestimmen Sie den Abstand des Punktes $\{3 + 4x\}$ von der Geraden $\{1 + x + tx, t \in \mathbb{R}\}$.

Aufgabe 2)

a) (2 Punkte) Es sei $F : \mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2$ eine affine Abbildung mit

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie $F(\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix})$.

b) (2 Punkte) Gibt es eine affine Abbildung $G : \mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2$ mit

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}?$$