SS 2013
Prof. Dr. M. Möller
Quentin Gendron
Frankfurt/M., 21.05.2013
Abgabetermin: 27.05.2013

Darstellungstheorie

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $\mathcal{Q}_8 := \langle i, j, k | i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \rangle$ die Quaternionengruppe.

i) Bestimmen Sie alle Konjugationsklassen von $\mathcal{Q}_8$.

ii) Bestimmen Sie die Charaktertafel von $\mathcal{Q}_8$.

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Die folgende Tafel ist ein Teil der Charaktertafel einer Gruppe der Ordnung 12.

	e	u	v	w	x	y
χ_1	1	1	1	1	1	1
χ_2	1	1	i	-1	$-i$	-1
χ_3	1	1	-1	1	-1	1
χ_4	1	1	$-i$	-1	i	-1

i) Berechnen Sie die Kardinalität der Konjugationsklassen $u, \cdots, y$.

ii) Bestimmen Sie die fehlende Zeile.

iii) Geben Sie die Gruppe an, die diese Charaktertafel hat.

Tipp: Bis auf Isomorphie gibt es nur fünf Gruppen der Ordnung 12: Zwei abelsche Gruppen, die alternierende Gruppe A_4, die Diedergruppe D_6 und das semidirekte Produkt

$$\mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \ltimes \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} := \langle \alpha, \beta | \alpha^4 = \beta^3 = \alpha\beta\alpha^{-1}\beta = e \rangle .$$

Aufgabe 3 (5 Punkte)

i) Bestimmen Sie die Charaktertafel von $D_4 := \langle \sigma, \tau | \sigma^2 = \tau^4 = \sigma\tau\sigma\tau = e \rangle$.

ii) Seien G und H zwei endliche Gruppen, die die gleiche Charaktertafel haben. Ist G isomorph zu H.