Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2019
24. Juni 2019

Lineare Algebra
Prof. Dr. Martin Möller
Dr. Jonathan Zachhuber
Riccardo Zuffetti

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 9

Aufgabe 1

Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (y, x + y)$.

Geben Sie die Abbildungsmatrix zu f bzgl. der Standardbasis an.

Aufgabe 2

Sei K ein Körper, V, W K-Vektorräume, $f\colon V \to W$ linear und $\{v_1, \ldots, v_n\} \subseteq V$ linear unabhängig.

Zeigen oder widerlegen Sie: Dann ist auch $\{f(v_1), \ldots, f(v_n)\} \subseteq W$ linear unabhängig.

Aufgabe 3

Sei K ein Körper und V, W K-Vektorräume.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{Hom}_K(V, W) := \{f\colon V \to W \mid f \text{ ist linear}\}$ eine natürliche Struktur als K-Vektorraum besitzt.

(b) Sei nun $\dim V = n$ und $\dim W = m$.

Geben Sie einen Isomorphismus $\mathrm{Hom}_K(V, W) \to K^{m\times n}$ an.

(c) Wir setzen $\mathrm{Aut}_K(V) := \{f \in \mathrm{Hom}_K(V, V) \mid f \text{ ist Automorphismus}\}$.

Geben Sie einen (Gruppen!) Isomorphismus $\mathrm{Aut}_K(V) \to \mathrm{GL}_n(K)$ an.

Was ist das Bild von der Identität unter diesem Isomorphismus?

Aufgabe 4

Geben Sie eine Abbildung $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ an, die $\mathbb{R}$-linear aber nicht $\mathbb{C}$-linear ist.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.