

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 8

Aufgabe 1

Sei $V = \mathbb{Q}^2$. Geben Sie die Basiswechselmatritzen Θ_{BC} und Θ_{CB} für

$$B := \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad \text{und} \quad C := \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

an.

Geben Sie Θ_{BC} und Θ_{CB} für $V = \mathbb{R}^2$ an.

Aufgabe 2

Sei $V = \mathbb{C}^2$. Geben Sie die Basiswechselmatritzen Θ_{BC} und Θ_{CB} für

$$B := \left(\begin{pmatrix} 0 \\ -i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad \text{und} \quad C := \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

an.

Aufgabe 3

Sei $B := \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \subset \mathbb{Q}^2$.

Geben Sie verschiedene Tripel $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{Q}$ und $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \in \mathbb{Q}$ an, so dass

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i b_i = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^3 \mu_i b_i,$$

mit $b_i \in B$, gilt.

Aufgabe 4

Finden Sie ein Beispiel für Vektorräume $V \subsetneq W$ mit $\dim V = \dim W$.