Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2019
11. Juni 2019

Lineare Algebra
Prof. Dr. Martin Möller
Dr. Jonathan Zachhuber
Riccardo Zuffetti

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 7

Aufgabe 1

Sei V ein K-Vektorraum und $v_1, \ldots, v_n \in V$. Zeigen Sie:

(a) Für alle $\lambda \in K$ gilt: $[v_1, \ldots, v_i, \ldots, v_j, \ldots, v_n] = [v_1, \ldots, v_i + \lambda v_j, \ldots, v_j, \ldots, v_n]$.

(b) Für alle $\lambda \in K \setminus \{0\}$ gilt: $[v_1, \ldots, v_i, \ldots, v_n] = [v_1, \ldots, \lambda v_i, \ldots, v_n]$.

(c) $[v_1, \ldots, v_i, \ldots, v_j, \ldots, v_n] = [v_1, \ldots, v_j, \ldots, v_i, \ldots, v_n]$.

Aufgabe 2

Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Sind v_1, v_2, v_3 linear unabhängig im $\mathbb{R}^3$?

(b) Bestimmen Sie eine Basis B von $[v_1, v_2, v_3]$.

(c) Ergänzen Sie B zu einer Basis des $\mathbb{R}^3$.

Aufgabe 3

Geben Sie Elemente $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}$ an, die über $\mathbb{Q}$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie eine Basis von $\mathrm{Mat}_{m,n}(K)$.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.