Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2019
1. Juli 2019

Lineare Algebra
Prof. Dr. Martin Möller
Dr. Jonathan Zachhuber
Riccardo Zuffetti

Tutoriumsaufgaben zu Blatt 10

Aufgabe 1

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Geben Sie Matrizen $S, T \in \mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ an, so dass:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = SAT.$$

Aufgabe 2

(a) Sei M eine Menge. Geben Sie jeweils eine Relation an, die *nicht*

- reflexiv ist;
- symmetrisch ist;
- transitiv ist.

(b) Sei S_n die symmetrische Gruppe über n Elementen.

Zeigen Sie: $\sigma \sim \tau :\Longleftrightarrow \exists \rho \in S_n : \sigma = \rho \circ \tau \circ \rho^{-1}$ ist eine Äquivalenzrelation auf S_n.

Aufgabe 3

Seien $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ und $U = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \subseteq \mathbb{R}^2$.

Geben Sie ein lineares Gleichungssystem an, das $v + U$ als Lösungsmenge besitzt.

Aufgabe 4

Sei K ein Körper und V ein K-Vektorraum. Zeigen Sie, dass

$$\mathrm{Bil}(V \times V, K) := \{\beta \colon V \times V \to K \mid \beta \text{ ist bilinear}\}$$

auf offensichtliche Art ein K-Vektorraum ist.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.