

## Tutoriumsaufgaben zu Blatt 4

### Aufgabe 1

$$\text{Ist } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] ? \quad \text{Ist } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] ?$$

### Aufgabe 2

Sei  $V$  ein Vektorraum und  $M \subseteq V$  eine Teilmenge.

Zeigen Sie:

- (a)  $[M] \subseteq V$  ist der kleinste Untervektorraum von  $V$ , der  $M$  enthält.
- (b)  $[M]$  ist der Durchschnitt aller Untervektorräume von  $V$ , die  $M$  enthalten.

### Aufgabe 3

Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- (a) Sind  $v_1, v_2, v_3$  linear unabhängig im  $\mathbb{R}^3$ ?
- (b) Bestimmen Sie eine Basis  $B$  von  $[v_1, v_2, v_3]$ .
- (c) Ergänzen Sie  $B$  zu einer Basis des  $\mathbb{R}^3$ .