

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien g, h zwei Geraden auf der Einheitssphäre, die sich im Punkt P schneiden. Seien weiterhin E_g und E_h die zugehörigen Ebenen und $\mathfrak{g}_P, \mathfrak{h}_P$ die Tangenten an g bzw. h im Punkt P . Zeigen Sie, dass der Winkel zwischen \mathfrak{g}_P und \mathfrak{h}_P gleich dem Winkel zwischen E_g und E_h ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien $\theta \in (0, \pi)$ und $\varphi \in [0, 2\pi)$ und $P = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ auf der Einheitssphäre.

(a) Sei $(\theta, \varphi) \notin \{(\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{\pi}{2}, \pi)\}$.

Geben Sie (in Abhängigkeit von θ und φ) die Pole zum Großkreis (auf der Einheitssphäre) durch $(1, 0, 0)$ und P an.

(b) Geben Sie (in Abhängigkeit von θ und φ) die Ebene zu der Polaren zum Punkt P auf der Einheitssphäre an.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

(a) Wir berechnen den Erdradius wie einst Eratosthenes: Er wusste von einem Brunnen in der Stadt Syene, in dem sich am 21. Juni die Sonne genau spiegelte (d.h. genau senkrecht stand); in seiner Heimatstadt Alexandria maß er an diesem Tag eine Abweichung von 7° zur Senkrechten. Syene lag 780 km von Alexandria entfernt.

Berechnen Sie den Erdradius!

Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Sonne unendlich weit weg ist, also alle Sonnenstrahlen parallel verlaufen.

(b) Der oberste Stock des Commerzbank Tower ist in 260 Meter Höhe. Wie weit können Sie von dort bei optimalen Bedingungen gucken, d.h. wie weit ist der Punkt am Horizont vom Fuße des Commerzbank Towers entfernt?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Berechnen Sie die (kürzeste) Flug-Entfernung von Frankfurt (50° nördlicher Breite; 8° östlicher Länge) nach Toronto (43° nördlicher Breite; 79° westlicher Länge). Der Erdradius ist ungefähr 6380 km.

Hinweis: Betrachten Sie das (sphärische) Dreieck bestehend aus Frankfurt, Toronto und dem Nordpol.

Abgabe bis 10:00 am Montag, den 25. Juni in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.