

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in Zeilenstufenform und geben Sie die Umformungsschritte im Gaußverfahren an:

$$\begin{aligned}3x_1 + 6x_3 + 3x_5 &= 6 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \\2x_2 - x_4 + 10x_5 &= 2 \\x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 &= 12\end{aligned}$$

Bestimmen Sie zudem die Lösungsmenge im \mathbb{R}^5 .

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in den Variablen x_1, \dots, x_8 in Zeilenstufenform. Geben Sie die zugehörige spezielle Zeilenstufenform an und lesen Sie deren Lösungsmenge, sowie die Lösungsmenge des ursprünglichen Gleichungssystems ab.

$$\left(\begin{array}{ccccccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 1 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 5 & 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \end{array} \right)$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems

$$\sum_{i=1}^5 (i-1)x_i = 1, \quad \sum_{i=2}^5 ix_i = 0, \quad \sum_{i=1}^4 x_i = 2$$

im \mathbb{R}^5 .

Wie verändert sich die Lösungsmenge durch Hinzunahme der Gleichung $x_1 - x_5 = 3$?

Geben Sie die Lösungsmenge im \mathbb{R}^6 an.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

(a) Geben Sie eine Polynomfunktion f vom Grad 4 an, d.h. $a_0, \dots, a_4 \in \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \sum_{i=0}^4 a_i x^i,$$

so dass $f(0) = 1$, $f(1) = 11$, $f(2) = 89$, $f(-1) = -1$ und $f(-2) = 17$ gilt.

Wie viele solcher Polynomfunktionen gibt es?

(b) Gibt es eine Polynomfunktion g vom Grad 2 mit $g(0) = 1$, $g(1) = g(-1) = 2$ und $g(2) = 1$?

Abgabe bis 10:00 am Montag, den 23. April in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.