

## Tutoriumsaufgaben zu Blatt 2

### Aufgabe 1

Zeigen oder widerlegen Sie:

- (a)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 0\} = \{(0, 0)\}$ ;
- (b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 0\} = \{(0, 0)\}$ ;
- (c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\} = \{(x^2, y^2) : (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$ .

### Aufgabe 2

Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in Zeilenstufenform. Geben Sie die zugehörige spezielle Zeilenstufenform an und lesen Sie deren Lösungsmenge, sowie die Lösungsmenge des ursprünglichen Gleichungssystems ab.

$$\begin{array}{ccccccc|c} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 2 \end{array}$$

Fügen Sie dem System Gleichungen hinzu, um es eindeutig lösbar zu machen, bzw. bis die Lösungsmenge leer wird!

### Aufgabe 3

- (a) Wir versehen den  $\mathbb{R}^2$  mit der üblichen Addition und der Skalarmultiplikation

$$\alpha \cdot (x, y) := (\alpha x, 0) \text{ für } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Untersuchen Sie welche der Vektorraumaxiome erfüllt sind. Handelt es sich um einen Vektorraum?

- (b) Wir versehen den  $\mathbb{R}^3$  mit der üblichen Addition und der Skalarmultiplikation

$$\alpha \cdot (x, y, z) := (|\alpha|x, |\alpha|y, |\alpha|z) \text{ für } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Untersuchen Sie welche der Vektorraumaxiome erfüllt sind. Handelt es sich um einen Vektorraum?