

## Übungsblatt 6

### Aufgabe 1

(a) Sei  $(G, \circ)$  eine Gruppe und  $U \subset G$  eine Teilmenge. Zeigen Sie:

$$U \text{ ist eine Untergruppe} \iff U \neq \emptyset \text{ und } \forall x, y \in U : x \circ y^{-1} \in U.$$

(b) Sei  $(G, \circ)$  eine Gruppe, in der für alle  $x \in G$  gilt:  $x = x^{-1}$ . Zeigen Sie:  $(G, \circ)$  ist abelsch.

### Aufgabe 2

(a) Sei  $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \in S_6$ . Schreiben Sie  $\pi$  als Verkettung von Transpositionen.

(b) Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Bestimmen Sie  $\#S_n$ .

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Gruppe der invertierbaren  $2 \times 2$ -Matrizen nicht abelsch ist.

### Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Anzahl der Symmetrien des regelmäßigen 8-Ecks.