Hauptklausur

# Modulteilprüfung
# Lineare Algebra L2/L5
(L2M-GL, L5M-GL)

Prof. Dr. Martin Möller // Jonathan Zachhuber

SoSe 2017 // 20.07.2017

Kontrollieren Sie, ob Sie alle 4 Aufgabenblätter erhalten haben, und geben Sie alle Blätter zusammen ab.

Versehen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Beantworten Sie die Fragen in dem dafür vorgesehenen Bereich auf den Aufgabenblättern. Wenn der Platz nicht ausreicht, schreiben Sie bitte auf der Rückseite weiter.

Wenn Sie zusätzliche Blätter verwenden, versehen Sie diese mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Wenn nicht anders angegeben, sind alle Antworten zu begründen. Aussagen aus der Vorlesung und den Übungsblättern dürfen verwendet werden. Falls Sie eine Teilaufgabe nicht lösen können, dürfen Sie dennoch das Ergebnis zur Lösung anderer Aufgabenteile benutzen.

**Bearbeitungszeit: 60 Minuten** Hinreichend zum Bestehen: **25 Punkte**

Name: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

Studiengang: ______________________

☐ Dies ist eine letztmalig wiederholte Klausur und daher nach Teil III, Abschnitt 1, §15 (9) der Lehramtsstudienordnung von zwei Prüfenden zu bewerten.

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | Gesamt |
|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | 10 | 10 | 15 | 15 | 50 |
| erreicht | | | | | |

Hauptklausur

# Modulteilprüfung Lineare Algebra L2/L5

(L2M-GL, L5M-GL)

Prof. Dr. Martin Möller // Jonathan Zachhuber

SoSe 2017 // 20.07.2017

Kontrollieren Sie, ob Sie alle 4 Aufgabenblätter erhalten haben, und geben Sie alle Blätter zusammen ab.

Versehen Sie alle Blätter mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Beantworten Sie die Fragen in dem dafür vorgesehenen Bereich auf den Aufgabenblättern. Wenn der Platz nicht ausreicht, schreiben Sie bitte auf der Rückseite weiter.

Wenn Sie zusätzliche Blätter verwenden, versehen Sie diese mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Wenn nicht anders angegeben, sind alle Antworten zu begründen. Aussagen aus der Vorlesung und den Übungsblättern dürfen verwendet werden. Falls Sie eine Teilaufgabe nicht lösen können, dürfen Sie dennoch das Ergebnis zur Lösung anderer Aufgabenteile benutzen.

**Bearbeitungszeit: 60 Minuten** Hinreichend zum Bestehen: **25 Punkte**

Name: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

Studiengang: ______________________

☐ Dies ist eine letztmalig wiederholte Klausur und daher nach Teil III, Abschnitt 1, §15 (9) der Lehramtsstudienordnung von zwei Prüfenden zu bewerten.

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | Gesamt |
|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | 10 | 10 | 15 | 15 | 50 |
| erreicht | | | | | |

# Aufgabe 1

[10 Punkte]

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Formen Sie $A$ in Zeilenstufenform um.

(b) Gegeben seien

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} : \mu, \nu \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

und

$$g = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} : \lambda \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3.$$

Bestimmen Sie $g \cap E$.

*Hinweis:* Verwenden Sie Teil (a)!

## Aufgabe 2

[10 Punkte]

Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $(x, y, z) \mapsto x + y$.

(a) Bestimmen Sie eine Basis von $\operatorname{Kern} f$.

(b) Zeigen Sie, dass $f$ surjektiv ist.

(c) Geben Sie eine lineare Abbildung $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ an, so dass $f \circ g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die Identität ist.

## Aufgabe 3

[15 Punkte]

Gegeben seien die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

(a) Zeigen Sie: Die Punkte $A, B, C, D$ liegen in einer Ebene.

(b) Zeigen Sie: Die Punkte $A, B, C, D$ spannen ein Parallelogramm auf.

(c) Berechnen Sie die Innenwinkel des Parallelogramms.

# Aufgabe 4

[15 Punkte]

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen (jeweils 5 Punkte):

(a) Die Abbildung $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2$ ist linear.

(b) Für jede Gruppe $G$ mit Verknüpfung $*$ und alle $x, y \in G$ gilt $x * y = y * x$.

(c) Es gibt keine injektive lineare Abbildung $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$.