Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2017
8. Mai 2017

Geometrie L2/L5
Prof. Dr. Martin Möller
Jonathan Zachhuber

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Berechnen Sie die Längen aller Diagonalen

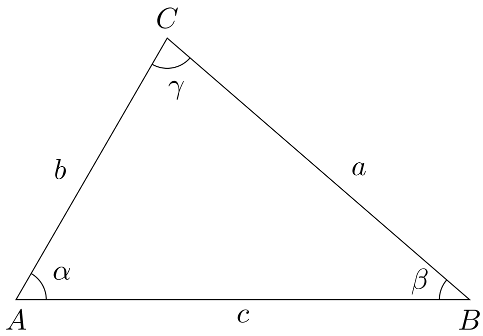
(a) des regelmäßig in den Einheitskreis einbeschriebenen Sechsecks; und

(b) des regelmäßig in den Einheitskreis einbeschriebenen Fünfecks.

Hinweis: Zeigen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme: $\cos(\frac{2\pi}{5}) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben sei ein Dreieck Δ mit folgenden Bezeichnungen:



(a) Nun wählen wir Δ mit Seitenlängen

$$a = \sqrt{12}, \quad b = 4, \quad c = 2.$$

Bestimmen Sie die (exakten) Winkel α, β, γ im Bogenmaß und berechnen Sie den Flächeninhalt von Δ.

(b) Nun wählen wir wieder Δ mit Seitenlängen $a = \sqrt{12}$ und $b = 4$.

Wie lang darf die Seite c höchstens sein, damit der Winkel γ spitz, d.h. $\gamma < \frac{\pi}{2}$, ist?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Finden Sie alle $0 \leq \alpha < 2\pi$, so dass

(a) $\sin(2\alpha) + 2\sin\alpha = 0$;

(b) $1 + \cos\alpha + \cos(2\alpha) + \cos(3\alpha) = 0$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei Δ ein ebenes Dreieck, $\mathcal{A}$ sein Flächeninhalt, a, b, c die Seitenlängen von Δ und $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$. Sei weiterhin γ der Winkel zwischen den Kanten mit Länge a und b.

Ziel dieser Aufgabe ist es, die Formel $\mathcal{A} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ zu zeigen.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{A} = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ ist.

(b) Zeigen Sie: $\sin\gamma = \sqrt{\left(1+\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right)\left(1-\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right)}$.

(c) Folgern Sie, dass $\mathcal{A} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ist.

Abgabe bis **14:00** am **Freitag, den 19. Mai** in den Kasten Ihres jeweiligen Tutoriums.