Übungen zur Linearen Algebra

Tutoriumsblatt 7

Dozent: Prof. M. Möller — 27.11.2014

Übungen: Dr. R. Butenuth

Übung 1 Untersuchen Sie, welche der folgenden Abbildungen linear sind:

(a) $\alpha : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \alpha(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + x_3, x_1 - x_2 + 1)$

(b) $\beta : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \beta(x_1, x_2, x_3) = (x_2 - 3x_3, x_1 + x_2 + x_3)$

(c) $\gamma : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \alpha(x, y) = (x + y, x^2 - y)$

(d) $\delta : \mathrm{Abb}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}) \to \mathbb{R}, \delta(f) = f(1, 2) - f(2, 1)$.

Übung 2 Es sei $V = \mathrm{Abb}(\mathbb{N}_0, \mathbb{R})$ der $\mathbb{R}$-Vektorraum der Folgen in $\mathbb{R}$.

(a) Geben Sie eine lineare Abbildung $L : V \to V$ an, die surjektiv, aber nicht injektiv ist. Berechnen Sie ihren Kern.

(b) Geben Sie eine lineare Abbildung $R : V \to V$ an, die injektiv, aber nicht surjektiv ist. Berechnen Sie ihr Bild.

Übung 3 Seien V und W K-Vektorräume. Zeigen Sie, dass die Menge $\mathrm{Hom}_K(V, W)$ der linearen Abbildungen von V nach W mit den Verknüpfungen $(f + g)(v) = f(v) + g(v)$ und $(\lambda f)(v) = \lambda f(v)$ für $f, g \in \mathrm{Hom}_K(V, W), v \in V$ und $\lambda \in K$ ein K-Vektorraum ist.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.