

Übungen zur Linearen Algebra  
Tutoriumsblatt 5

Dozent: Prof. M. Möller  
Übungen: Dr. R. Butenuth

13.11.2014

**Übung 1** (a) Sei  $V = \mathbb{R}^2$ ,  $+$  die übliche Addition und  $\cdot : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  gegeben durch  $\alpha \cdot (a, b) := (\alpha a, 0)$ . Untersuchen Sie, welche der Axiome (N), (A) und (D) erfüllt sind. Handelt es sich um einen Vektorraum?

(b) Sei  $V = \mathbb{R}^3$ ,  $+$  die gewöhnliche Addition und  $\cdot : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  gegeben durch  $\alpha \cdot (a, b, c) := (|\alpha|a, |\alpha|b, |\alpha|c)$ . Untersuchen Sie, welche der Axiome (N), (A) und (D) erfüllt sind. Handelt es sich um einen Vektorraum?

**Übung 2** Sei  $K$  ein Körper. Zeigen Sie, dass  $V := \{f : \mathbb{N} \rightarrow K\}$  mit den durch

$$(f + g)(n) := f(n) + g(n) \text{ und } (\lambda \cdot f)(n) := \lambda f(n)$$

für alle  $f, g \in V, \lambda \in K, n \in \mathbb{N}$  definierten Verknüpfungen ein  $K$ -Vektorraum ist.

**Übung 3** Bei welchen der folgenden Mengen handelt es sich um Untervektorräume von  $\mathbb{R}^3$ :

- (a)  $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = x_2^2 + x_3\}$ .
- (b)  $B = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_3 = x_1 - 5x_2\}$ .
- (c)  $C = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_3 - x_1 - 5x_2 = 1\}$ .
- (d)  $D = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \in \mathbb{Z}\}$ .

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.