

Übungen zur Linearen Algebra  
Tutoriumsblatt 2

Dozent: Prof. M. Möller  
Übungen: Dr. R. Butenuth

23.10.2014

**Übung 1** (Untergruppenkriterien) Sei  $(G, \star)$  eine Gruppe,  $H \subseteq G$  eine Untergruppe von  $G$  und  $\tilde{h} \in G$ . Zeigen Sie:

- (a)  $\{g \in G \mid g \star H \star g^{-1} = H\}$  ist eine Untergruppe von  $G$ .
- (b) (optional)  $\{g \in G \mid g \star \tilde{h} = \tilde{h} \star g\}$  ist eine Untergruppe von  $G$ .

**Übung 2** Sei  $S_n$  die symmetrische Gruppe über  $\{1, \dots, n\}$ .

- (a) Schreiben Sie

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \text{ und } \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

in  $S_6$  als Produkt von disjunkten Zykeln. Was ist  $\pi_1 \circ \pi_2$ ? Was ist  $\pi_2 \circ \pi_1$ ?

- (b) Schreiben Sie den Zykel  $\tau = (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6) \in S_6$  in der Form von Teil (a). Was ist  $\tau^2, \tau^3, \tau^{-1}$  in Zykelschreibweise?

**Übung 3** Welche der folgenden Teilmengen von  $\mathbb{R}$  sind Ringe (mit der gewöhnlichen Addition und Multiplikation von  $\mathbb{R}$ )?

- (a)  $2\mathbb{Z} = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \text{ ist gerade}\}$ .
- (b)  $1 + 2\mathbb{Z} = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \text{ ist ungerade}\}$ .
- (c)  $\mathbb{Z}_2 = \{\frac{a}{2^n} \in \mathbb{R} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ und } n \in \mathbb{N}_0\}$ .

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.