

Übungen zur Linearen Algebra
Tutoriumsblatt 2

Dozent: Prof. M. Möller
Übungen: Dr. R. Butenuth

23.10.2014

Übung 1 (Untergruppenkriterien) Sei (G, \star) eine Gruppe, $H \subseteq G$ eine Untergruppe von G und $\tilde{h} \in G$. Zeigen Sie:

- (a) $\{g \in G \mid g \star H \star g^{-1} = H\}$ ist eine Untergruppe von G .
- (b) (optional) $\{g \in G \mid g \star \tilde{h} = \tilde{h} \star g\}$ ist eine Untergruppe von G .

Übung 2 Sei S_n die symmetrische Gruppe über $\{1, \dots, n\}$.

- (a) Schreiben Sie

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} \text{ und } \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

in S_6 als Produkt von disjunkten Zykeln. Was ist $\pi_1 \circ \pi_2$? Was ist $\pi_2 \circ \pi_1$?

- (b) Schreiben Sie den Zykel $\tau = (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6) \in S_6$ in der Form von Teil (a). Was ist $\tau^2, \tau^3, \tau^{-1}$ in Zykelschreibweise?

Übung 3 Welche der folgenden Teilmengen von \mathbb{R} sind Ringe (mit der gewöhnlichen Addition und Multiplikation von \mathbb{R})?

- (a) $2\mathbb{Z} = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \text{ ist gerade}\}$.
- (b) $1 + 2\mathbb{Z} = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \text{ ist ungerade}\}$.
- (c) $\mathbb{Z}_2 = \{\frac{a}{2^n} \in \mathbb{R} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ und } n \in \mathbb{N}_0\}$.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.