

Übungen zur Linearen Algebra

Tutoriumsblatt 12

Dozent: Prof. M. Möller
Übungen: Dr. R. Butenuth

22.01.2015

Übung 1 Entscheiden Sie, welche der folgenden Matrizen $A_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ diagonalisierbar sind. Bestimmen Sie gegebenenfalls eine Diagonalmatrix D und eine Matrix T mit $T^{-1}AT = D$.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Übung 2 Betrachten Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

Zeigen Sie:

- (a) Ist $(a - d)^2 + 4bc > 0$, so ist A diagonalisierbar.
- (b) Ist $(a - d)^2 + 4bc < 0$, so ist A nicht diagonalisierbar.
- (c) Für $(a - d)^2 + 4bc = 0$ existieren sowohl Matrizen A , die diagonalisierbar sind, als auch solche, die nicht diagonalisierbar sind.

Übung 3 Sei $A \in K^{n \times n}$ diagonalisierbar und $P \in K[x]$. Zeigen Sie, dass dann auch $P(A)$ diagonalisierbar ist.

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.