

Übungen zur Linearen Algebra  
Tutoriumsblatt 10

Dozent: Prof. M. Möller  
Übungen: Dr. R. Butenuth

18.12.2014

**Übung 1**  $x = (x_1, x_2)$  und  $y = (y_1, y_2)$  bezeichne Vektoren aus  $\mathbb{R}^2$ . Welche der folgenden Abbildungen  $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sind Bilinearformen:

- (a)  $f(x, y) = -x_1y_1 + x_2y_2 + x_1y_2 - 1$
- (b)  $f(x, y) = -x_1^2 + x_2^2 - y_1^2 + y_2^2$
- (c)  $f(x, y) = -x_1y_1 + 2x_2y_1 - x_2y_2$
- (d)  $f(x, y) = x_1y_2x_2 + x_1y_1 - 2x_2^2y_2 - 2x_2y_2$
- (e)  $f(x, y) = 4x_1 - 2x_2 + 4y_1 - 7y_2$

**Übung 2** Sei  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in K^{4 \times 4}$ . Berechnen Sie  $\det(A)$  für  $K = \mathbb{Q}$  und  $K = \mathbb{F}_2$ .

**Übung 3** Seien  $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n \in \mathbb{R}$  und

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ b_1 & a_1 & a_1 & \cdots & a_1 & a_1 \\ b_1 & b_2 & a_2 & \cdots & a_2 & a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ b_1 & b_2 & b_3 & \cdots & b_n & a_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}.$$

- (a) Berechnen Sie  $\det(A)$ .
- (b) Für welche  $a_i, b_j$  ist  $A$  invertierbar?

Dieses Blatt wird nur in den Tutorien besprochen und ist nicht abzugeben.