

Übungen zur Linearen Algebra
Übungsblatt 10

Dozent: Prof. M. Möller
Übungen: Dr. R. Butenuth

18.12.2014

Übung 1 (4 Punkte)

Sei $\mu \in \mathbb{R}$ und $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & \mu & 1 \\ 2 & 3 & \mu \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

- (a) Berechnen Sie $\det(A)$.
- (b) Für welche μ ist A invertierbar? Berechnen Sie in diesem Fall die Inverse von A .

Übung 2 (4 Punkte) Sei K ein Körper.

- (a) Zeigen Sie, dass $\{A \in \text{GL}_n(K) \mid \det(A) = 1\}$ eine Untergruppe von $\text{GL}_n(K)$ ist.
- (b) Zeigen Sie, dass $\det : (M_n(K), +) \rightarrow (K, +)$ im Allgemeinen kein Gruppenhomomorphismus ist.

(c) Sei $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \in K^{(p+q) \times (p+q)}$

mit $A \in K^{p \times p}$, $B \in K^{p \times q}$, $C \in K^{q \times p}$ und $D \in K^{q \times q}$.

Zeigen Sie: Falls $B = 0$ oder $C = 0$, dann ist $\det(M) = \det(A) \cdot \det(D)$.

Übung 3 Seien $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{C}$ und

$$B(n) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie per Induktion, dass $\det(B(n)) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_i - x_j)$ gilt.

— bitte wenden —

Übungen zur Linearen Algebra
Übungsblatt 9

Dozent: Prof. M. Möller
Übungen: Dr. R. Butenuth

18.12.2014

Übung 4 (4 Punkte) Sei $n \geq 2$, K ein Körper und $x, a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \in K$. Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} x & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_0 \\ -1 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & -1 & x & \cdots & 0 & 0 & a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & x & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & a_{n-1} \end{pmatrix}.$$

Dieses Blatt kann bis spätestens **10:00 Uhr** am **Donnerstag, den 15.01.2015**, im Postfach des Tutors im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihre Namen und Ihre Matrikelnummern mit anzugeben und alle Blätter, zum Beispiel mit einem Tacker, zusammen zu halten.