
Multiplizitätsabhängigkeit der Produktion geladener Teilchen in Proton-Proton-Kollisionen bei ALICE

Bachelorarbeit
vorgelegt von
Kristina Schmitt

am Institut für Kernphysik
dem Fachbereich Physik
der Goethe Universität Frankfurt am Main
24. Januar 2019

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet und sämtliche Stellen, die benutzten Werken im Wortlaut oder dem Sinne nach entnommen sind, mit Quellen- bzw. Herkunftsangaben kenntlich gemacht habe.

Frankfurt, den 24. Januar 2019

Kristina Schmitt

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Grundlagen	5
2.1	Proton-Proton-Kollisionen	5
2.1.1	Grundlagen der starken Wechselwirkung	5
2.1.2	Theoretische Beschreibung einer hochenergetischen Proton-Proton-Kollision	8
2.1.3	Untersuchung von Teilchen-Kollisionen am LHC mit ALICE	12
2.2	Monte-Carlo-Ereignis-Generatoren	14
2.2.1	Grundlegender Aufbau	15
2.2.2	Ein Tune in PYTHIA8	18
2.3	Die Momente einer Verteilung	19
3	Die Momente simulierter und gemessener p_T -Verteilungen	21
3.1	zentrale Momente der p_T -Spektren aus Daten	21
3.2	Die verwendeten Tunes	26
3.3	Momente gemessener und simulierter p_T -Verteilungen	27
3.3.1	Der Mittelwert	27
3.3.2	Die Varianz	32
3.3.3	Das dritte zentrale Moment	35
3.3.4	Das vierte zentrale Moment	38
3.3.5	Fazit	42
4	Einführung einer Vergleichsgröße	45
4.1	mittlere quadratische Abweichung	46
4.2	Fazit	49
5	Zusammenfassung	51
A	Zusammenstellung der Tuneparameter	53
	Literaturverzeichnis	55
	Danksagung	57

1 Einleitung

In den ersten Sekundenbruchteilen nach seiner Entstehung durchlief das Universum, nach heutigem Wissensstand, einen Zustand extremer Temperaturen und Teilchendichten, der Quark-Gluon-Plasma genannt wird. In diesem Quark-Gluon-Plasma können sich die elementaren Teilchen, aus denen die bekannte Materie besteht, quasi frei bewegen. Bei Temperaturen, wie sie auf der Erde vorliegen, sind diese Teilchen fest in den Protonen und Neutronen des Atomkerns gebunden.

Um neue Erkenntnisse über die Entstehung des Universums und über bekannte oder unbekannte Materie zu gewinnen, wird versucht ein solches Quark-Gluon-Plasma künstlich zu erzeugen. Dazu werden schwere Ionen an Teilchenbeschleunigern, wie dem LHC, zur Kollision gebracht. In solchen Kollisionen entsteht zunächst ein Medium hoher Temperatur und Energiedichten. Dieses Medium expandiert und kühlt aus, wobei zahlreiche neue Teilchen entstehen. Diese Teilchen können mit Teilchen-Detektoren, wie dem ALICE-Experiment, gemessen werden.

Die auf diese Weise gemessenen Daten werden auf ihre Eigenschaften hin analysiert, um Erkenntnisse über das bei der Kollision entstandene Medium zu gewinnen und ob dieses Medium die Eigenschaften eines Quark-Gluon-Plasmas haben könnte. Als Referenz verwendet man häufig die Ergebnisse von Proton-Proton-Kollisionen, bei denen davon ausgegangen wird, dass kein solches Medium entsteht.

Damit detektorunabhängige Ergebnisse erhalten werden können, benötigt man Simulationen solcher Proton-Proton-Kollisionen, mit denen die Detektoreffekte abgeschätzt und korrigiert werden.

Es ist daher essentiell, dass die Monte-Carlo-Ereignis-Generatoren die Realität wiedergeben. Allerdings können nicht alle Aspekte einer Proton-Proton-Kollision durch fundamentale Theorien wiedergegeben werden. Es fließen auch effektive, phänomenologische Modelle und Messgrößen in die Simulation mit ein. Alle Parameter, die nicht mittels einer fundamentalen Theorie bestimmt werden können, sind in einem sogenannten Tune zusammengefasst. Um möglichst realitätsnah Kollisionen simulieren zu können, werden diese Parameter an gemessene Daten angepasst. Die Tunes können sich daher stark unterscheiden, je nachdem welche Daten zur Anpassung verwendet wurden.

In dieser Arbeit werden im Folgenden vier verschiedene Tunes des Monte-Carlo-Ereignis-Generators PYTHIA 8.23 systematisch miteinander verglichen. Dabei stehen sowohl die Unterschiede zwischen den einzelnen Tunes, als auch ihre Qualität in der Wiedergabe der Realität im Vordergrund. Dafür werden die Impulsanteile der Teilchen analysiert, die orthogonal zur Strahlachse liegen, Transversalimpulse genannt. Explizit wird die Häufigkeit betrachtet, mit der Teilchen entstehen, deren Transversalimpuls in einem bestimmten Intervall liegt. Diese Häufigkeitsverteilungen werden jeweils für jede Multiplizität, die Anzahl der insgesamt bei einer Kollision entstandenen Teilchen, einzeln betrachtet.

Um die simulierten und die gemessenen Verteilungen der Transversalimpulse zu vergleichen, werden ihre Formen durch Größen quantifiziert, die jeweils eine geometrische Eigenschaft der Verteilung beschreiben, wie z.B. der Mittelwert. Diese Größen werden Momente genannt.

Im Folgenden werden für vier verschiedene Schwerpunktsenergien, die Energie im Schwerpunktssystem, jeweils für die vier Tunes Monash 2013, 4C, 4Cx und ATLAS A14 (NNPDF2.3LO) und die entsprechenden, mit dem ALICE-Experiment gemessenen, Daten vier verschiedene Momente in Abhängigkeit der Multiplizität berechnet und miteinander verglichen.

Das zweite Kapitel dieser Arbeit wird die Grundlagen einer Proton-Proton-Kollision aus experimenteller und theoretischer Sicht, die Grundlagen der Monte-Carlo-Ereignis-Generatoren und die Grundlagen der Momente erläutern. Im dritten Kapitel werden die Momente der gemessenen und simulierten Transversalimpulsverteilungen analysiert und anschließend im vierten Kapitel miteinander verglichen. Abschließend folgt eine Zusammenfassung in Kapitel fünf.

2 Grundlagen

In dieser Arbeit werden systematisch verschiedene Parametersätze (Tunes, vgl 2.2) des Monte-Carlo-Ereignis-Generators PYTHIA 8.23 bezüglich ihrer Qualität in der Beschreibung der Messung verglichen. Dafür wird die Form der simulierten und der gemessenen Verteilungen durch Größen quantifiziert (Momente), die die geometrischen Eigenschaften einer Verteilung repräsentieren.

Einerseits ist daher von Bedeutung zu verstehen wie Proton-Proton-Kollisionen ablaufen und wie sie durch die Monte-Carlo-Generatoren beschrieben werden. Andererseits Daher wird im Folgenden eine kurze Beschreibung einer Proton-Proton-Kollision, sowohl aus experimenteller als auch aus theoretischer Sicht, gegeben und in groben Zügen dargestellt wie diese Beschreibung in eine Monte-Carlo-Simulation umgesetzt wird. Anschließend werden die Momente vorgestellt, die zur Quantifizierung der Form der Verteilungen verwendet werden.

2.1 Proton-Proton-Kollisionen

Bei einer Proton-Proton-Kollision treffen zwei beschleunigte Protonen aufeinander. Wenn die Energie der Protonen dabei ausreichend hoch ist, stoßen nicht die Protonen als Ganzes, sondern ihre einzelnen Konstituenten, Partonen genannt, miteinander. Aus der Energie des Stoßes können dann, der Einstein'schen Äquivalenz von Energie und Masse entsprechend, neue Teilchen entstehen. Die meisten Prozesse in einer solchen Kollision laufen unter der starken Wechselwirkung ab, die zwischen den Partonen der Protonen wirkt. Daher werden die Grundzüge der starken Wechselwirkung in Kapitel 2.1.1 kurz erläutert. Zur näheren Beschreibung dieser Prozesse verwendet man ein direktes Maß für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines möglichen Prozesses, den sog. Wirkungsquerschnitt. In Kapitel 2.1.2 wird kurz auf die Berechnung eines solchen Wirkungsquerschnittes für einen beliebigen Prozess eingegangen. Anschließend wird in Kapitel 2.1.3 in Hinblick auf den expliziten Vergleich der, mithilfe einer Monte-Carlo-Simulation erzeugten, Transversalimpulsverteilungen mit Daten, gemessen mit dem ALICE-Experiment am LHC (CERN), der experimentelle Hintergrund einer Proton-Proton-Kollision noch kurz erläutert.

2.1.1 Grundlagen der starken Wechselwirkung

Mit der starken Wechselwirkung, einer von vier fundamentalen Wechselwirkungen der Physik, unter denen alle existierenden physikalischen Prozesse ablaufen, kann der Hauptanteil der Prozesse in einer Proton-Proton-Kollision beschrieben werden. Durch die starke Wechselwirkung können Quarks und Gluonen, die Partonen eines Protons, miteinander interagieren.

Quarks sind Elementarteilchen, Teilchen, die nach heutigem Wissensstand, nicht weiter

	I	II	III	
mass →	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	0
charge →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
name →	u up	c charm	t top	γ photon
	4.8 MeV	104 MeV	4.2 GeV	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	d down	s strange	b bottom	g gluon

Quarks
Gauge Bosons

Abbildung 2.1: Quarks und Austauscheteilchen der starken und der elektromagnetischen Wechselwirkung, nach (2)

in kleinere Konstituenten unterteilt werden können. Man kennt insgesamt 6 Quarks, vgl. Abbildung 2.1, und ihre entsprechenden Antiteilchen, die Antiquarks. Als Gluonen bezeichnet man die Austauscheteilchen der starken Wechselwirkung. Analog zu Photonen in der elektromagnetischen Wechselwirkung vermitteln sie die Kräfte zwischen geladenen Teilchen. Diese Ladung der starken Wechselwirkung nennt man, in Analogie zur optischen Farblehre, Farbladung.

Mischt man Lichtstrahlen aller drei Grundfarben oder einen Lichtstrahl mit einem seiner entsprechenden Komplementärfarbe, erhält man weißes Licht. Kombiniert man analog alle der drei existierenden Farb- bzw. Antifarbladungen oder eine Farbladung mit ihrer entsprechenden Antifarbladung in einem Teilchen, erhält man einen "weißen" Zustand, der als Ganzes nicht mehr mit anderen Farbladungen koppelt. Ein solches Teilchen nennt man farbneutral.

Teilt man jedem Quark eine Farbe und jedem Antiquark eine Antifarbe zu, kann man zwei verschiedene Arten simpler farbneutraler Teilchen bilden: Teilchen, in denen drei Quarks bzw. Antiquarks mit jeweils unterschiedlicher Farbladung kombiniert sind, heißen Baryonen bzw. Antibaryonen. Kombinationen aus einem Quark und einem Antiquark, wobei hier Quark und Antiquark Farbladung und entsprechende Antifarbladung tragen müssen, heißen Mesonen. Teilchen aus Quarks, also Mesonen und Baryonen, werden Hadronen genannt.

Alle existierenden Farbladungen sind auf das Hadron, in dem sie gebunden sind, beschränkt, d.h. es gibt keine farbgeladenen freien Teilchen und insbesondere auch keine freien (Anti-)Quarks. Diese Beobachtung wird Farbeinschluss (engl. Confinement) genannt.

Die Gluonen, die die Wechselwirkung zwischen Farbladungen vermitteln, sind selbst Zustände aus Farb-Antifarbe-Kombinationen, von denen acht verschiedene existieren. Sie können nicht nur an Quarks und Antiquarks koppeln, sondern auch an andere Gluonen. Diese Gluon-Gluon-Wechselwirkung verursacht, dass zwei Farbladungen umso stärker koppeln, je weiter man sie voneinander entfernt. Die Kopplungskonstante α_S der star-

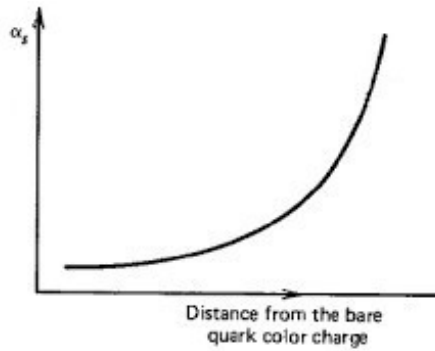


Abbildung 2.2: Abhängigkeit der Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung vom Abstand zwischen zwei Farbladungen, nach (19)

ken Wechselwirkung, die die Stärke dieser Kopplung zwischen Farbladungen beschreibt, wird daher größer, je weiter man zwei Farbladungen voneinander entfernt und entsprechend kleiner, je näher man die beiden aneinander heranbringt. Diese Abhängigkeit der Kopplungskonstanten von der Entfernung zwischen zwei Farbladungen ist in Abbildung 2.2 gezeigt.

Versucht man daher ein Quark und ein Antiquark auseinanderzuziehen, sorgt die Selbstwechselwirkung der Gluonen dafür, dass immer mehr Energie nötig ist, um die beiden Teilchen weiter voneinander zu entfernen. Da dieses Prinzip ähnlich zu einem Gummiband, engl. String, ist, das auseinander gezogen wird, spricht man auch davon, dass sich ein String ausbildet. Irgendwann ist die Energie, die dem String zugeführt wurde, ausreichend, um ein neues Quark-Antiquark-Paar zu bilden. Der String reißt und es entstehen zwei neue Teilchen aus je einem Quark und einem Antiquark.

Die Quarks bzw. Antiquarks innerhalb eines Hadrons koppeln durch ständigen Gluonaustausch aneinander. Dabei kann es vorkommen, dass sich diese Gluonen in Quark-Antiquark-Paare aufspalten, die nach kurzer Zeit wieder zu Gluonen rekombinieren. Diese, aus der Wechselwirkung entstandenen Quarks bzw. Antiquarks nennt man auch Seequarks. Die (Anti-)Quarks, die die Eigenschaften des Hadrons, wie z.B. Spin, festlegen, nennt man hingegen Valenzquarks. Schießt man zwei Protonen mit ausreichender Energie aufeinander, ist es möglich, dass auch eines der Seequarks oder der Gluonen mit einem Parton aus dem anderen Proton wechselwirkt.

Der Gesamtimpuls eines Hadrons setzt sich aus den Teilimpulsen all seiner Partonen, also Gluonen, Valenz- und Seequarks, zusammen. Entsprechend trägt jedes Parton einen Impulsanteil x am Gesamtimpuls des Hadrons. Die Wahrscheinlichkeit ein Parton mit einem Impulsbruchteil x in einem Hadron zu finden, wird durch die Partonenverteilungsfunktion (engl. parton distribution function), im Folgenden als PDF bezeichnet, beschrieben. Die PDFs können nicht berechnet werden und müssen daher experimentell bestimmt werden.

2.1.2 Theoretische Beschreibung einer hochenergetischen Proton-Proton-Kollision

Damit die Energie bei einer Proton-Proton-Kollision ausreicht, um neue Teilchen zu erzeugen, werden die Protonen auf annähernd Lichtgeschwindigkeit beschleunigt. Dadurch werden sie stark Lorentz-kontrahiert und zusätzlich sind die Partonen in den Protonen aufgrund der Zeit-Dilatation effektiv eingefroren. Bei einer Kollision treffen zwei solche Protonen aufeinander und die Partonen des einen Protons wechselwirken mit denen des anderen. Es kommt zu mehreren Parton-Parton-Stößen. Die Zeitskala für einen solchen Parton-Parton-Stoß ist so klein, dass davon ausgegangen werden kann, dass keine weitere Interaktion zwischen den beiden stoßenden Partonen und den restlichen Partonen in den beiden Protonen stattfindet.

Je nachdem, welche Partonen miteinander wechselwirken, können verschiedene grundlegenden Prozesse ablaufen, die im Folgenden als elementar bezeichnet werden. Beispielsweise können eine Quark-Quark-Streuung eine Gluon-Gluon-Streuung oder eine Quark-Gluon-Streuung stattfinden. Die Beschreibung eines solchen elementaren Prozesses erfolgt mit sog. Feynmandiagrammen (23). Dabei wird jedem an dem Prozess beteiligten Elementarteilchen eine Linie im Diagramm zugeordnet. Linien, die im Diagramm anfangen und enden stellen virtuelle Teilchen, Linien, die aus dem Diagramm hinauslaufen entsprechend reelle Teilchen dar. Beispiele für ein elementares Feynmandiagramm sind die Elektron-Positron-Streuung und die Elektron-Positron-Annihilation, in Abbildung 2.3 links bzw. mittig gezeigt.

Die virtuellen Teilchen, die nur innerhalb eines Feynmandiagramms existieren, können experimentell nicht nachgewiesen werden. Daher wird der elementare Prozess nur durch die reellen Teilchen im Anfangs- und im Endzustand festgelegt. Es können also mehrere Feynmandiagramme einem elementaren Prozess zugeordnet werden. Beispielsweise kann man nur durch Anfangs- und Endzustand experimentell nicht unterscheiden, ob eine Elektron-Positron-Streuung oder eine Paarvernichtung mit anschließender Paarzeugung stattgefunden hat. Außerdem ist es möglich, dass im Rahmen der Heisenberg'schen Unschärferelation beliebig viele Paarzeugungs- und vernichtungsprozesse ablaufen. Solche virtuellen Prozesse beeinflussen den Endzustand nicht und die zugehörigen Feynmandiagramme beschreiben denselben elementaren Prozess. Diagramme, die solche Prozesse enthalten, nennt man Diagramme höherer Ordnung. Ein Beispiel für ein Diagramm zweiter Ordnung für die Elektron-Positron-Streuung ist in Abbildung 2.3 rechts zu sehen.

Der bei einem elementaren Prozess übertragene Impuls wird als Impulsübertrag Q bezeichnet. Er wird von dem Austauscheteilchen getragen, das die Wechselwirkung vermittelt. Prozesse, die mit einem großen Impulsübertrag stattfinden, nennt man hart. Solche Prozesse laufen mit einer kleinen Kopplungskonstante ($\alpha_S \ll 1$) ab. Sie können daher analytisch unter Anwendung der Störungstheorie (15) berechnet werden. Prozesse, die unter einem kleinen Impulsübertrag ablaufen, nennt man entsprechend weich. Weiche Prozesse finden mit einer großen Kopplungskonstante statt. Diese können nicht analytisch berechnet werden und erfordern phänomenologische Modelle zu ihrer Beschreibung.

Bei den möglichen elementaren Prozessen, die bei einer Proton-Proton-Kollision ablaufen, stehen im Anfangs- und im Endzustand jeweils farbgeladene Partonen. Insbesondere können auch die Protonen-Überreste, die nicht zur Kollision beigetragen haben, farb-

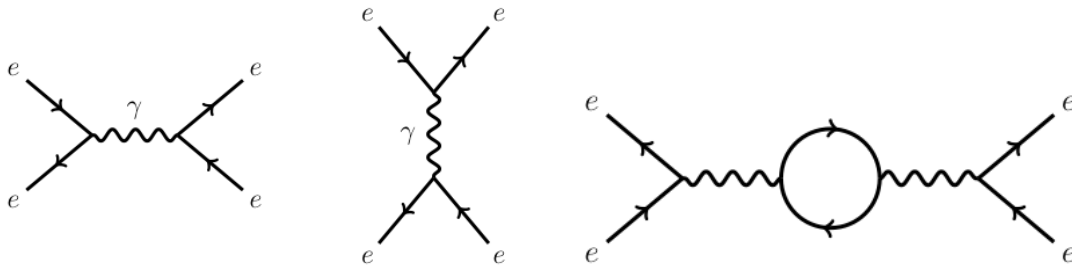


Abbildung 2.3: elementare Feynmandiagramme für Elektron-Positron-Streuung (links) und die Elektron-Positron-Annihilation (mittig) und Feynmandiagramm zweiter Ordnung für die Elektron-Elektron-Streuung (rechts), nach (5)

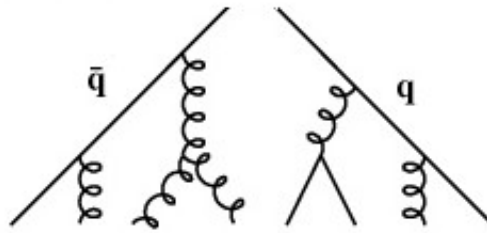


Abbildung 2.4: Skizze eines Partonschauers, nach (3)

geladen sein. Analog zur Bremsstrahlung in der Elektrodynamik strahlen beschleunigte Farbladungen Gluonen ab. Aufgrund der Selbstwechselwirkung der Gluonen strahlen diese selbst weitere Gluonen ab. Einige dieser Gluonen spalten sich in Quark-Antiquark-Paare, die nicht sofort wieder rekombinieren, sondern ebenfalls Gluonen abstrahlen. So entsteht eine Kaskade verschiedener Partonen, die man als Partonschauer bezeichnet. Eine Skizze eines Partonschauers ist in Abbildung 2.4 gezeigt.

Mit jeder Abstrahlung gibt das strahlende Parton einen Teil seiner Energie und seines Impulses an das abgestrahlte Parton ab. Dabei ist es umso wahrscheinlicher, dass ein Parton ein anderes abstrahlt, je mehr Energie das strahlende Parton hat. Der Partonschauer setzt sich also solange fort, bis die Energie der Partonen so klein ist, dass ein weiteres Abstrahlen eines Gluons so unwahrscheinlich wird, dass es praktisch nicht mehr stattfindet.

Da farbgeladene Teilchen aufgrund des Farbeinschlusses nicht frei existieren können, müssen sich die entstandenen Partonen zu Hadronen formieren. Dabei spalten sich die langsamen Gluonen in Quark-Antiquark-Paare auf, diesen Vorgang nennt man Fragmentierung, die sich anschließend zu Hadronen zusammenfügen. Das Formen von Hadronen aus den im Partonschauer entstandenen Partonen nennt man Hadronisierung. Da nicht nur die Energie der Partonen im zeitlichen Verlauf des Partonschauers zunehmend kleiner werden, sondern auch die Impulsüberträge beim Abstrahlen der Gluonen, findet diese Phase einer Proton-Proton-Kollision in einem Bereich der Kopplungskonstante α_S statt, in dem nicht mehr analytisch gerechnet werden kann. Daher werden für die Fragmentierung und für die Hadronisierung, auf die in Kapitel 2.2 noch näher eingegangen wird, phänomenologische Modelle benötigt, wie z.B. das Lund-String-Model.

Die Gluonen werden nur in kleinen Winkeln, also kollinear, zu den Partonen abgestrahlt. Daher sind die Hadronen, die aus der Energie eines Ausgangspartons des ursprüngli-

chen elementaren Prozesses entstanden sind, räumlich nah beieinander. Man nennt die Menge der entstandenen Teilchen dann auch einen Teilchen-Jet.

Für eine Monte-Carlo-Simulation wird eine Quantifizierung dafür benötigt mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmter Prozess stattfindet, um damit bestimmen zu können welche Prozesse in der Simulation verwendet werden sollen. Als direktes Maß für die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Prozesses bietet sich der sog. Wirkungsquerschnitt σ als eine solche Quantifizierung an. Der Wirkungsquerschnitt gibt die effektive Trefferfläche für einen bestimmten Prozess an, in dem Sinne, dass eine große Fläche zu einem Prozess mit hoher Ablauf-Wahrscheinlichkeit gehört. Die Einheit des Wirkungsquerschnittes ist dementsprechend die einer Fläche. Man misst Wirkungsquerschnitte in sog. Barn b oder Millibarn mb, wobei $1\text{b} = 10^{-28}\text{ m}^2$. Es ist zu beachten, dass der Wirkungsquerschnitt nur selten etwas mit der tatsächlichen Geometrie der Reaktion zu tun hat, er ist allerdings ein anschauliches Maß für die Stärke eines Prozesses.

Der Wirkungsquerschnitt für einen Parton-Parton-Stoß im Kontext einer Proton-Proton-Kollision setzt sich aus mehreren Faktoren zusammen. Zunächst berechnet man den Wirkungsquerschnitt für den elementaren Parton-Parton-Prozess, im Folgenden elementarer Wirkungsquerschnitt genannt. Da man die stoßenden Partonen jeweils nur gebunden in einem Hadron vorfindet, muss man den Impulsübertrag vom Proton-Proton-Stoß auf den Parton-Parton-Stoß mithilfe der PDFs übertragen. Zuletzt muss noch beachtet werden, dass die entstandenen Partonen Gluonen abstrahlen.

Zur Berechnung des elementaren Wirkungsquerschnitts nutzt man aus, dass man die kinematischen Einschränkungen für den Endzustand unabhängig von der Dynamik des Prozesses betrachten kann. Dieser Umstand wird in Fermis Goldener Regel (23) formuliert:

$$\text{Wirkungsquerschnitt} = \text{Phasenraum} \otimes |\text{Matrixelement}|^2 \quad (2.1)$$

Der Phasenraum beschreibt die möglichen Endzustände aufgrund der kinematischen Beschränkungen. Das sog. Matrixübergangselement M_{fi} beschreibt die Dynamik des Prozesses, also die Wirkung von Kräften. Der Wirkungsquerschnitt hängt dann vom Betragsquadrat dieses Matrixübergangselementes ab.

Im Folgenden werden die Viererimpulse der Ausgangsteilchen mit p und die der Teilchen im Endzustand mit k bezeichnet. Die Teilchen im Endzustand müssen folgende kinematische Randbedingungen erfüllen:

1. Viererimpulserhaltung, ausgedrückt durch eine vierdimensionale Delta-Distribution $\delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - \dots - k_n)$
2. Positiv definite Energien, ausgedrückt durch eine Heaviside-Funktion $\Theta(k_j)$
3. Relativistische Energie-Impuls-Relation, ausgedrückt durch eine eindimensionale Delta-Distribution $\delta(k_j^2 - m_j^2 c^2)$

Den totalen Wirkungsquerschnitt für einen bestimmten Endzustand erhält man, indem man zusätzlich über alle Impulse integriert, die diese kinematischen Randbedingungen erfüllen:

$$\sigma_{elementar} = \frac{S\hbar}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \int |M_{fi}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - \dots - k_n) \times \prod_j 2\pi \delta(k_j^2 - m_j^2 c^2) \Theta(k_j) \frac{d^4 p_j}{(2\pi)^4} \quad (2.2)$$

S steht für einen statistischen Faktor, der Mehrfachzählungen für identische Teilchen im Endzustand korrigiert.

Da alle Endzustände, die diese Randbedingungen erfüllen, apriori gleich wahrscheinlich sind, entscheidet sich der Rest über die Dynamik bzw. über das Matrixelement.

Das Matrixelement wird mittels der sog. Feynmanregeln (23) bestimmt, indem man jedem Element in einem Feynmangraphen einen bestimmten Faktor zuordnet, der dann in die Berechnung des Matrixelements eingeht. Wenn mehrere Feynmandiagramme für einen bestimmten Prozess existieren, insbesondere auch Diagramme für Prozesse höherer Ordnung, bestimmt sich das Matrixelement für den Prozess aus der Summe der einzelnen Matrixelemente aus jedem beitragenden Feynmandiagramm.

Führt man die Integration über p_j^0 in Gleichung 2.2 aus, erhält man eine etwas schönere Form für den elementaren Wirkungsquerschnitt eines möglichen Prozesses bei einem Parton-Parton-Stoß:

$$\sigma_{elementar} = \frac{S\hbar}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \int |M_{fi}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - \dots - k_n) \times \prod_j \frac{1}{2\sqrt{\vec{p}_j^2 + m_j^2 c^2}} \frac{d^3 \vec{p}_j}{(2\pi)^3} \quad (2.3)$$

Wie bereits erwähnt sind die Partonen in den stoßenden Protonen gebunden. Ihre Impulse und insbesondere der Impulsübertrag des Parton-Parton-Stoßes können daher nicht bestimmt werden. Deshalb verwendet man die PDF $f_i(x; Q^2)$, um die Wahrscheinlichkeit dafür zu erhalten, ein Parton mit Impulsbruchteil x am Impuls des Protons zu finden. Der Index i bezeichnet dabei um welche Parton-Sorte es sich handelt, z.B. ein Gluon oder ein up-Quark. Da die Kopplungskonstante α_s der starken Wechselwirkung vom Impulsübertrag des entsprechenden Prozesses abhängt, "sieht" man effektiv mehr oder weniger Partonen des Protons, je größer der Impulsübertrag Q ist. Daher hängt die PDF auch vom Impulsübertragsquadrat Q^2 ab. Man legt also vorher fest, welchen Impulsübertrag der betrachtete Parton-Parton-Stoß haben soll und modifiziert dessen elementaren Wirkungsquerschnitt dann mit der Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Stoß mit einem solchen Impulsübertrag stattfindet(20):

$$\sigma_0 = \sum_{a,b} \int_0^1 dx_a dx_b f_a(x_a; Q^2) f_b(x_b; Q^2) \sigma_{elementar} \quad (2.4)$$

Hierbei bezeichnen die Indizes a und b die beiden Teilchen im Ausgangszustand und x_a bzw. x_b die entsprechenden Impulsbruchteile. Der obige Ausdruck für σ_0 wird auch als Faktorisierungstheorem für den Wirkungsquerschnitt bezeichnet, da die beiden PDFs und der elementare Wirkungsquerschnitt jeweils unabhängig voneinander sind.

Zuletzt muss noch betrachtet werden, dass die Teilchen im Endzustand Gluonen abstrahlen. Hierbei wird angenommen, dass sich die Teilchen-Jets unabhängig voneinander entwickeln (Jet-Universalität) und insbesondere, dass die Abstrahlungswahrscheinlichkeit unabhängig vom zugrundeliegenden elementaren Prozess ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Parton a ein anderes Parton b abstrahlt wird durch die DGLAP-Splitting-Function $P_{a \rightarrow b}(z; Q^2)$ (9) beschrieben, z ist dabei der Impulsbruchteil des abgestrahlten Partons im Vergleich zum Mutterteilchen. Unter der Annahme, dass die Partonen nur kollinear abgestrahlt werden (kollinearer Grenzwert), erhält man den Wirkungsquerschnitt des gesamten Prozesses inklusive der Gluon-Abstrahlung indem man den Wirkungsquerschnitt σ_0 für den Parton-Parton-Stoß mit der Wahrscheinlichkeit für das Abstrahlen eines Partons modifiziert (26):

$$d\sigma = \sigma_0 \frac{\alpha_S}{2\pi} \frac{d\Theta^2}{\Theta} dz P(z; Q^2) \frac{d\Phi}{2\pi} \quad (2.5)$$

Der Polarwinkel Θ ist dabei gleichzeitig der Winkel zwischen abgestrahltem und abstrahlendem Parton, Φ ist der Azimutalwinkel.

Weitere Abstrahlungen werden berücksichtigt, indem man den Wirkungsquerschnitt mit weiteren solcher Faktoren multipliziert.

2.1.3 Untersuchung von Teilchen-Kollisionen am LHC mit ALICE

Die Idee hinter hochenergetischen Teilchenkollisionen ist es, aus der Messung der neu entstandenen Teilchen Rückschlüsse auf die Prozesse zu ziehen, die während der Kollision stattgefunden haben. Experimentell wird dazu zum einen ein Beschleuniger benötigt, der die zu kollidierenden Teilchen auf die gewünschte Energie und anschließend zur Kollision bringt. Zum anderen muss diese Kollision im Bereich eines Detektors erfolgen, der die Teilchen, die aus dem Stoßprozess kommen, nachweist und ihre wesentlichen Eigenschaften erfasst.

Die in dieser Arbeit verwendeten gemessenen Daten, sind in Kollisionen entstanden, bei denen die Protonen im LHC (Large Hadron Collider) am CERN (Conseil européen pour la recherche nucléaire) beschleunigt und im ALICE-Experiment (A Large Ion Collider Experiment) zur Kollision gebracht wurden. Das CERN beschäftigt sich mit physikalischer Grundlagenforschung, insbesondere mit dem Aufbau der Materie. An der Forschung, die mit zahlreichen Teilchenbeschleunigern wie dem LHC durchgeführt wird, beteiligen sich zum jetzigen Zeitpunkt 22 Mitgliedsstaaten. Der Beschleunigerkomplex des CERN ist in Abbildung 2.5 gezeigt.

Der 26,7 km lange Beschleunigerring LHC bildet den größten und aufwendigsten Teilchenbeschleuniger am CERN. Er lässt sowohl Protonen als auch schwere Ionen, insbesondere Blei, an vier verschiedenen Kollisionsstellen kollidieren, an denen die vier großen Experimente (11) ALICE, ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus), CMS (Compact Muon-Solenoid) und LHCb aufgebaut sind. Im Schwerpunktsystem der kollidierenden Teilchen erreichen die Protonen eine Energie von bis zu 13 TeV, die Schwerionen eine Energie von bis zu 5,02 TeV pro Nukleon-Nukleon-Paar. Die Energie im Schwerpunktsystem wird oft auch Schwerpunktsenergie genannt und mit \sqrt{s} gekennzeichnet.

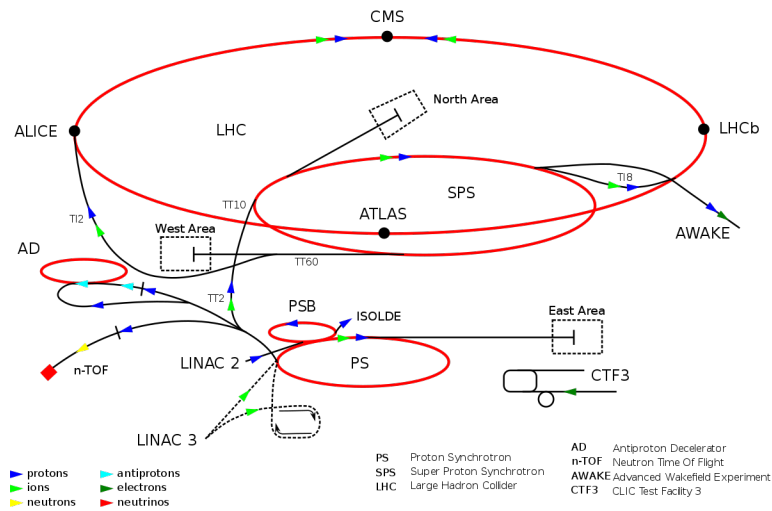


Abbildung 2.5: Beschleunigerkomplex des CERN, nach (8)

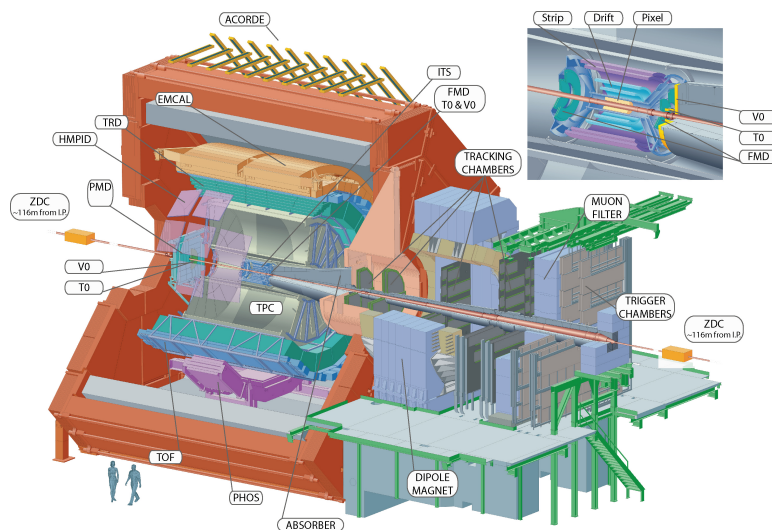


Abbildung 2.6: Aufbau des ALICE-Experiments am LHC, CERN, nach (7)

Das ALICE-Experiment wurde mit dem Ziel entwickelt, einen Zustand extremer Dichten und Temperaturen von Materie, auch Quark-Gluon-Plasma genannt, zu untersuchen, bei dem man davon ausgeht, dass er bei einer Kollision hochenergetischer Schwerionen entsteht. In diesem Quark-Gluon-Plasma ist die Energiedichte so hoch, dass sich die Teilchen in diesem Medium quasi frei bewegen können. Das Quark-Gluon-Plasma expandiert nach seiner Entstehung vom Kollisionspunkt, Vertex genannt, aus und kühlt dabei stark ab. Das Medium hadronisiert schließlich und es werden viele neue Teilchen erzeugt. Es wird davon ausgegangen, dass ein solcher Zustand kurz nach dem Urknall vorgelegen hat und sich die uns bekannte Materie daraus entwickelt hat.

Um eine solche Kollision untersuchen zu können besteht das ALICE-Experiment aus einer Vielzahl einzelner Detektoren, die zylindersymmetrisch um den Kollisionspunkt aufgebaut und zur Messung unterschiedlicher Teilchen und deren Eigenschaften konstruiert wurden. Ein schematische Darstellung des Aufbaus von ALICE ist in Abbildung 2.6 gezeigt.

Die Anfangsbedingungen der Kollision, wie die Anzahl der Teilchen und ihre Verteilung im Raum können mit den Detektoren T0, V0 und FMD bestimmt werden. Zusätzlich kann mit dem T0-Detektor auch der Anfangszeitpunkt der Kollision bestimmt werden. Photonen, die Aufschluss über die Temperatur des entstandenen Mediums geben, können mit dem PHOS, dem PMD und dem EMCal gemessen werden.

Zur direkten Teilchenidentifizierung werden die TOF, die die Flugzeit der Teilchen vom Vertex aus bestimmt, der HMPID und der TRD verwendet. Teilchenspuren können mit dem ITS, der TPC und dem TRD rekonstruiert werden, die jeweils die Punkte messen, an dem die entstandenen Teilchen die Detektorteile durchlaufen.

Myonen werden mit dem Myon-Spektrometer nachgewiesen.

Für eine genauere Beschreibung des ALICE-Experiments, siehe (1) und (7).

Da die in dieser Arbeit verwendeten Daten speziell mit der TPC (Time Projection Chamber), der Spurdriktkammer des ALICE-Experiments gemessen wurden, wird hier noch kurz auf ihre Funktionsweise eingegangen.

Eine Spurdriktkammer dient zur Erfassung der Teilchenspuren geladener Teilchen, die das Detektorvolumen passieren. Dieses wird von einem Gas-Gemisch ausgefüllt. In dessen Mitte befindet sich eine Hochspannungsmembran auf -100kV und an den Enden jeweils eine Endkappe auf Erdpotential, sodass ein homogenes Driftfeld entsteht.

Dringt ein geladenes Teilchen in das Detektorvolumen ein, ionisiert es die Gasatome entlang seiner Flugbahn bzw. seiner Spur. Die aus den Atomen gelösten Elektronen werden zu den Endkappen hin beschleunigt und dort detektiert.

Insbesondere ist der spezifische Energieverlust der Teilchen im Füllgas des Detektors proportional zur Anzahl der ausgelösten Elektronen und damit zur Stärke des gemessenen Signals.

Alle ALICE-Detektoren sind in einem homogenen entlang der Strahlachse ausgerichteten Magnetfeld platziert, wodurch geladene Teilchen auf eine Kreisbahn abgelenkt werden. Aus dieser Teilchenbahn kann man den Impuls der Teilchen bestimmen und damit, zusammen mit dem spezifischen Energieverlust, eine Teilchenidentifikation durchführen.

Da die Teilchen vor der Kollision nur entlang der Strahlachse beschleunigt waren, ist der Impulsanteil, den die Teilchen nach der Kollision orthogonal zur Strahlachse haben, von besonderer Bedeutung. Man nennt diesen orthogonal zur Strahlachse verlaufenden Impulsanteil auch Transversalimpuls p_T . Er enthält reine Informationen über die Kollision, da die Teilchen diesen Impulsanteil erst durch die Kollision bekommen haben.

Zusätzlich zum Transversalimpuls wird jedem Teilchen ein Raumwinkel zugeordnet, in dem es die Kollision verlässt. Anstelle des Polarwinkels wird häufig die sogenannte Pseudorapidität (13) verwendet, um den Winkel zur Strahlachse anzugeben.

2.2 Monte-Carlo-Ereignis-Generatoren

Die Detektoren der Experimente, die zur Erfassung der bei einer Teilchenkollision entstandenen Endprodukte dienen, wie die des ALICE-Experiments, decken nicht den gesamten Phasenraum um den Kollisionspunkt ab, sondern nur bestimmte Winkelbereiche. Es landen daher nicht alle aus der Kollision kommenden Teilchen auf dem Detektor. Das Verhältnis zwischen den auf den Detektor treffenden und den in der Kollision produzierten Teilchen bezeichnet man als Akzeptanz.

Zusätzlich dazu wird nur ein Anteil der Anzahl der Teilchen, die auf den Detektor treffen, auch vom Detektor erfasst. Das Verhältnis zwischen den vom Detektor nachgewiesenen

Teilchen und den auf den Detektor auftreffenden, bezeichnet man als Effizienz.

Um Effizienz und Akzeptanzeffekte zu korrigieren, verwendet man Programme, die die Proton-Proton-Kollisionen und die Detektoreffekte simulieren. Die Simulation der Proton-Proton-Kollisionen erfolgt mittels Monte-Carlo-Ereignis-Generatoren, im Folgenden MC-Generator genannt. Die Detektor-Simulation erfolgt in einem unabhängigen Simulationsschritt.

Mit MC-Generatoren wird eine große Anzahl einzelner Kollisionen auf Grundlage verschiedener, zufällig ausgewählter Elementarprozesse und die daraus entstehenden Teilchen und ihre Eigenschaften simuliert. Das Auftreten eines solchen elementaren Prozesses nennt man ein Ereignis. Die Gesamtzahl der aus einem Ereignis entstandenen Teilchen bezeichnet man als Multiplizität.

Vorausgesetzt die Simulation beschreibt die Realität hinreichend gut, erwartet man, dem Gesetz der großen Zahlen (10) entsprechend, dass die relative Häufigkeit, mit der ein bestimmter elementarer Prozess in einer großen Anzahl simulierter oder gemessener Ereignisse auftritt, gerade der ihm zugeordneten Wahrscheinlichkeit entspricht. Man kann also davon ausgehen, dass die Verteilung der stattgefundenen Elementarprozesse bei einer großen Anzahl Ereignisse für gemessene Daten und Simulation dieselbe ist.

Im Folgenden soll der Grundlegende Aufbau eines MC-Generators kurz erläutert werden.

2.2.1 Grundlegender Aufbau

MC-Generatoren simulieren den gesamten Ablauf einer Proton-Proton-Kollision ausgehend von einem bestimmten, zufällig ausgewählten elementaren Prozess. Darauf aufbauend werden auf Grundlage von Wahrscheinlichkeitsverteilungen alle nachfolgenden Prozesse schrittweise ausgewürfelt und somit nach und nach das ganze Ereignis simuliert.

Mit zunehmend kleiner werdenden Impulsüberträgen im fortschreitenden Ereignis, können die Wirkungsquerschnitte der vorliegenden Prozesse nicht mehr störungstheoretisch berechnet werden. Anstelle der Wirkungsquerschnitte werden für die benötigten Wahrscheinlichkeitsverteilungen dann phänomenologische Modelle verwendet. Diese beinhalten Parameter, die nicht durch eine Theorie vorgegeben sind, sondern durch Anpassung an gemessene Daten bestimmt werden müssen.

Zusätzlich dazu gehen in die Berechnung der Wirkungsquerschnitte und anderer während der Simulation verwendeter Wahrscheinlichkeiten einige Größen ein, die nicht berechnet werden können, wie z.B. die PDFs oder die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung. Diese müssen vorher anderweitig festgelegt werden. Der Satz aller Parameter, die nicht durch eine Theorie vorgegeben sind, sondern anderweitig festgelegt bzw. bestimmt werden müssen, nennt man einen Tune.

Tunes repräsentieren unsere Unsicherheiten im Verständnis der Physik von Proton-Proton-Kollisionen.

Die Simulation des gesamten Ereignis ist in fünf Phasen (26) unterteilt, die sich am Ablauf einer Proton-Proton-Kollision, wie in Kapitel 2.1.2 beschrieben, orientieren:

1. Elementarer harter Prozess
2. Partonschauer
3. Hadronisierung
4. Unterliegendes Ereignis
5. Teilchenzerfälle

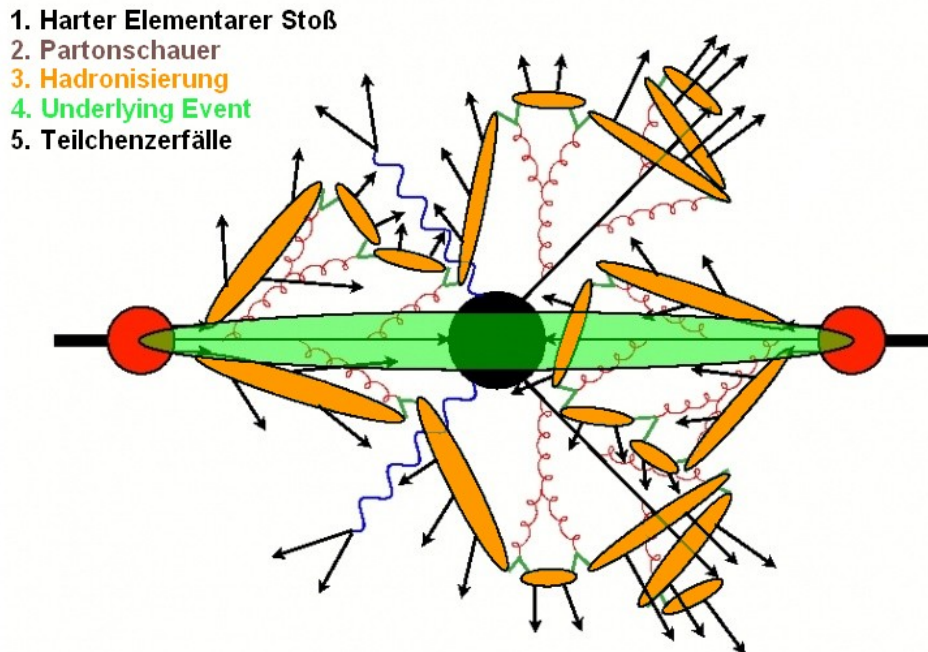


Abbildung 2.7: Schematische Zeichnung der fünf Simulations-Phasen einer Proton-Proton-Kollision, wie sie von Monte-Carlo-Ereignis-Generatoren verwendet werden, nach (6)

Eine solche Unterteilung einer Proton-Proton-Kollision ist in Abbildung 2.7 skizziert. Die beiden einlaufenden Protonen (rot) kollidieren und zwischen zwei Partonen aus je einem Proton findet ein elementarer Prozess statt. Die einlaufenden Partonen sind als schwarze Pfeile zwischen den roten Protonen und der schwarzen Kugel in der Mitte dargestellt, die den ersten harten elementaren Prozess symbolisiert. Die aus dem elementaren Prozess auslaufenden Partonen sind ebenfalls durch schwarze Pfeile gekennzeichnet. Der anschließende Partonschauer, der durch die kaskadierende Abstrahlung von Gluonen aus den farbgeladenen Partonen des elementaren Prozesses entsteht wird durch die braunen Gluonenlinien dargestellt. Die Hadronisierung der im Partonschauer entstandenen Partonen zu farbneutralen Teilchen wird durch die orangen Ellipsen wiedergegeben. Die entstandenen Teilchen müssen nicht stabil sein und können dementsprechend zerfallen. Solche Teilchenzerfälle sind als schwarze Pfeile dargestellt, die aus den orangenen Ellipsen der Hadronisierungsphase hinauslaufen. Weitere elementare Prozesse zwischen Partonen der Protonen bilden das unterliegende Ereignis, das den ersten elementaren Prozess überlagert.

Im Folgenden sollen die einzelnen Phasen und ihre Umsetzung in MC-Generatoren genauer erläutert werden.

1. Elementarer harter Prozess: Der Startpunkt jeder simulierten Proton-Proton-Kollision ist ein harter elementarer Prozess. Dies ist der Prozess mit dem höchsten Impulsübertrag der gesamten Kollision. Welcher Prozess stattfindet und welche Partonen beteiligt sind wird, auf Grundlage des Parton-Parton-Wirkungsquerschnitts σ_0 nach Gleichung 2.4, zufällig ausgewählt.

2. Partonschauer: Die ein- und auslaufenden Partonen werden während der Kollision stark beschleunigt und es folgt, wie in Kapitel 2.1.2 beschrieben eine Kaskade an abgestrahlten Partonen, die man als Partonschauer bezeichnet. Da die Partonen hauptsächlich unter kleinen Winkeln abgestrahlt werden(26), kann man den kollinearen Grenzwert anwenden. Der Wirkungsquerschnitt für eine einzelne Abstrahlung ist dann durch Gleichung 2.5 gegeben, wobei der Wirkungsquerschnitt für den elementaren Prozess mit der Wahrscheinlichkeit $P_{a \rightarrow b}(z; Q^2)$ modifiziert wird, dass eines der beteiligten Partonen ein weiteres Parton abstrahlt. Eine Kaskade an Partonen kann man beschreiben, indem man für jede Abstrahlung einen weiteren solchen Faktor an den modifizierten Wirkungsquerschnitt multipliziert.

Anstatt den Wirkungsquerschnitt, wie in Gleichung 2.5 in Abhängigkeit des Abstrahlwinkels Θ anzugeben, kann jede Größe verwendet werden, die proportional zu Θ^2 ist. Die Entwicklung des Partonschauers wird dann in der gewählten Größe durchgeführt, die man auch Evolutionsvariable nennt. Wählt man den Abstrahlwinkel als Evolutionsvariable, muss der Winkel in dem ein Parton ein weiteres abstrahlt stets kleiner sein als der Winkel unter dem es selbst abgestrahlt wurde. Da die Abstrahlwinkel damit automatisch nach Größe sortiert sind, nennt man diese Wahl auch "angular ordering". Die Wahl dieser Evolutionsvariable ist ein entscheidender Unterschied zwischen verschiedenen MC-Generatoren. Obwohl der Wirkungsquerschnitt in erster Näherung für verschiedene Evolutionsvariablen äquivalent ist, kommen unterschiedliche Korrekturen höherer Ordnung hinzu.

3. Hadronisierung: Fallen die Impulsüberträge der Abstrahlungsprozesse auf oder in die Nähe einer gewissen Hadronisierungsskala Q_0 , spalten sich die Gluonen des Partonschauers in Quark-Antiquark-Paare auf, dieser Vorgang wird auch Fragmentierung genannt. In welchen Verhältnissen die entstehenden Quarksorten zueinander stehen, kann nicht berechnet werden und muss experimentell bestimmt werden. Diese Verhältnisse sind Teil der Tuneparameter.

Die entstandenen Quarks und Antiquarks sind aufgrund des Confinements dazu gezwungen sich zu Hadronen zu formieren. Der Vorgang der Hadronisierung ist theoretisch nicht gut verstanden und muss durch phänomenologische Modelle beschrieben werden. Zwei solche Modelle, die häufig in MC-Generatoren umgesetzt werden, sind das Lund-String-Modell, das auch von PYTHIA 8 verwendet wird, und das Cluster-Modell.

Im Lund-String-Modell (26) sind die entstandenen Quark-Antiquark-Paare jeweils durch einen String verbunden, wie in Kapitel 2.1.1 beschrieben. Das Quark und das Antiquark bewegen sich jeweils mit hoher Geschwindigkeit auseinander. Dabei wird zunehmend kinetische Energie in potentielle Energie des Strings umgewandelt. Ist die potentielle Energie im String ausreichend, reißt der String und es entstehen zwei neue Quark-Antiquark-Paare. Diese bewegen sich ebenfalls auseinander und durchlaufen dabei denselben Vorgang wie das ursprüngliche Quark-Antiquark-Paar. Dies setzt sich fort, bis die Energie nicht mehr ausreicht die Quark-Antiquark-Paare, die beim Reißen des Strings entstehen, auseinander zu ziehen. Diese Paare können als die Hadronen identifiziert werden.

Im Cluster Modell (6) bilden die aus den Gluonen entstandenen Quark-Antiquark-Paare zunächst farbneutrale Gruppen mehrerer Quarks und Antiquarks, die man Cluster nennt. Diese Cluster zerfallen anschließend in Hadronen.

4. Unterliegendes Ereignis: Neben dem ersten elementaren harten Stoß in einer Proton-Proton-Kollision, können weitere Partonen in den Protonen stoßen und so zum Ereignis beitragen. Man spricht in diesem Fall von Multi-Parton-Interaktionen. Der Wirkungsquerschnitt für harte Stöße überwiegt bei den betrachteten Schwerpunktsenergien. Das heißt, die elementaren Prozesse des unterliegenden Ereignisses, können auf dieselbe Weise simuliert werden, wie der erste elementare harte Stoß. Nachdem der elementare Prozess stattgefunden hat, durchlaufen sie die Phasen des Partonschauers und der Hadronisierung. Zusätzlich wird nur eine Wahrscheinlichkeitsverteilung benötigt, die die Aufenthaltsorte der Partonen innerhalb der Protonen beschreibt, ähnlich wie die PDF die Verteilung der Impulsanteile innerhalb eines Protons beschreibt. Die Partonen besitzen eine effektive räumliche Ausdehnung, die für den Stoß zur Verfügung steht. Die räumliche Darstellung, die dafür verwendet wird, ist in PYTHIA 8 nicht fest vorgegeben, sondern kann innerhalb eines Tunes aus mehreren Optionen ausgewählt werden.

5. Teilchenzerfälle: Einige der Teilchen, die in der Hadronisierung entstehen sind nicht stabil. Sie zerfallen zu leichteren Hadronen oder Elementarteilchen. Nicht alle der Verzweigungsverhältnisse, die Verhältnisse der Zerfallswahrscheinlichkeiten in den Zerfallskanälen, sind vollständig bekannt oder summieren sich zu eins. Diese Verzweigungsverhältnisse können daher in den Tunes mancher Monte-Carlo-Ereignis-Generatoren enthalten sein.

2.2.2 Ein Tune in PYTHIA8

Ein Tune in PYTHIA8 besteht aus zwei Teilen, einem Elektron-Positron-Teil und einem Proton-Proton-Teil. Der Elektron-Positron-Teil fasst die Parameter zusammen, die für die Simulation der Fragmentierung und der Hadronisierung benötigt werden. Der Proton-Proton-Teil umfasst den Rest der Tune-Parameter.

Man kann davon ausgehen, dass die Entwicklung eines Parton-Schauers im Wesentlichen unabhängig vom elementaren Prozess ist, von dem er ausgeht. Insbesondere ist dann auch die Entwicklung eines Jets unabhängig vom elementaren Prozess und der Entwicklung anderer Jets (Jet-Universalität). Die Parameter des Partonschauers und der Hadronisierung, die für Elektron-Positron-Kollisionen und Proton-Proton-Kollisionen verwendet werden können, bilden den Elektron-Positron-Teil des Tunes. Dieser Teil des Tunes umfasst vor allem die Verhältnisse der produzierten Quark- und Hadron-Arten, wie beispielsweise das Verhältnis von produzierten up- zu down-Quarks. Außerdem enthält er die Parameter, die für die Modelle der Fragmentierung und Hadronisierung, wie das Lund-String-Model, benötigt werden.

Parameter, die die innere Struktur der Protonen beschreiben oder mit ihr zusammenhängen, werden nur für die Simulation einer Proton-Proton-Kollision benötigt. Diese Parameter bilden den Proton-Proton-Teil eines Tunes. Dazu gehören vor allem die PDF und die Parameter, die die Stöße des zugrundeliegenden Ereignisses beschreiben.

Eine Zusammenfassung aller Parameter für den Elektron-Positron- und den Proton-Proton-Teil eines Tunes ist im Anhang in Tabelle A.1 und A.2 zu finden.

2.3 Die Momente einer Verteilung

Damit Aussagen darüber getroffen werden können wie gut die Ergebnisse einer Simulation, vor allem im Vergleich zu anderen Simulationen, die Realität widerspiegeln, vergleicht man diese mit Messungen oder mit den Ergebnissen anderer Simulationen. Um den Vergleich zwischen den, aus der Simulation entstandenen oder gemessenen, Verteilungen durchzuführen, verwendet man Größen, die die Form einer beliebigen Verteilung beschreiben. Diese Größen bilden jeweils eine bestimmte geometrische Eigenschaft der Verteilung auf eine Zahl ab. Eine Menge solcher Größen besteht aus den sogenannten Momenten.

Das n -te Moment bzgl. eines Referenzwertes c einer reellen kontinuierlichen Verteilung $f(x)$ einer reellen Variable x ist definiert als der Erwartungswert der n -ten Potenz der Differenz zwischen der Zufallsvariablen x und dem Referenzwert c :

$$m_n = E[(x - c)^n] = \int (x - c)^n f(x) dx \quad (2.6)$$

Für Verteilungen $f(x_j)$ diskreter Variablen x_j verwendet man statt des Integrals über x eine Summe über alle Variablen x_j :

$$m_n = E[(x_j - c)^n] = \sum_{x_j} (x_j - c)^n f(x_j) \quad (2.7)$$

Häufig verwendet man zwei verschiedene Arten von Momenten: Momente bezüglich des Ursprungs und zentrale Momente.

Momente bzgl. des Ursprung: Bildet man die Momente bezüglich des Koordinatenursprungs ($c = 0$), ist der Referenzwert c der Koordinatenursprung:

$$m_n = E[(x_j - c)^n] = \sum_{x_j} (x_j)^n f(x_j) \quad (2.8)$$

Das nullte Moment ($n = 0$) entspricht gerade der Summe der Funktionswerte $f(x_j)$ über alle x_j . Nimmt diese Summe den Wert eins an, d.h. die Verteilung ist auf eins normiert, kann die Verteilung als Wahrscheinlichkeitsverteilung oder eine Verteilung relativer Häufigkeiten interpretiert werden. In diesem Fall ergibt das erste Moment ($n = 1$) gerade den Mittelwert μ der Verteilung:

$$m_1 = \mu = \sum_{x_j} f(x_j) \quad (2.9)$$

Die Momente bezüglich des Ursprungs hängen nicht nur von der Form der Verteilung, sondern auch von ihrer Position bezüglich der Abszissenachse (x -Achse) ab. Dies erschwert es zwei Verteilungen bezüglich ihrer Form miteinander zu vergleichen.

Zentrale Momente: Verwendet man statt des Koordinatenursprungs den nach Gleichung 2.9 bestimmten Mittelwert der Verteilung als Referenzwert ($c = \mu$), sind die so berechneten Momente unabhängig von der Position der Verteilung. Man nennt Momente dieser Art zentrale Momente μ_n :

$$\mu_n = E[(x_j - c)^n] = \sum_{x_j} (x_j - \mu)^n f(x_j) \quad (2.10)$$

Das nullte zentrale Moment entspricht dem nullten Moment bezüglich des Ursprungs. Das erste Moment nimmt immer den Wert null an, unabhängig von der zugrundeliegenden Verteilung.

Liegt eine auf eins normierte Verteilung vor, lassen sich die Momente höherer Ordnung, im Folgenden höhere Momente genannt, als Maßzahlen für die Form dieser Verteilung interpretieren. Diese werden in Kapitel 3.1 genauer erläutert und diskutiert.

3 Die Momente simulierter und gemessener p_T -Verteilungen

In diesem und dem folgenden Kapitel werden die Ergebnisse von Simulationen bei den Schwerpunktsenergien 5,02 TeV, 7 TeV, 8 TeV und 13 TeV mit den vier Tunes Monash 2013, 4C, 4Cx und ATLAS A14 des Monte-Carlo-Ereignis-Generators PYTHIA 8.23 miteinander und mit den entsprechenden Daten von Proton-Proton-Kollisionen verglichen (im Folgenden Daten), die mit der TPC des ALICE-Experiment gemessen wurden. Die Daten wurden in einem Transversalimpulsbereich von $0,15 \text{ GeV}/c < p_T < 10 \text{ GeV}/c$ und einem Pseudorapiditätsbereich von $|\eta| < 0.8$ gemessen. Dieselben Phasenraumbeschränkungen wurden entsprechend auch auf die Ergebnisse der Simulation angewandt. Aus den Simulationen und den Daten wurden die Häufigkeitsverteilungen der Transversalimpulse bestimmt, im Folgenden als Transversalimpulsverteilungen bezeichnet. Wobei die Transversalimpulse in Intervalle unterteilt sind und daher diskrete Verteilungen vorliegen.

Für diese Transversalimpulsverteilungen wurden der Mittelwert, die Varianz, sowie das dritte und das vierte zentrale Moment jeweils in Abhängigkeit der Multiplizität nach Gleichung 2.10 berechnet, wobei die statistischen Unsicherheiten mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung propagiert wurden.

Im Folgenden werden zunächst die zentralen Momente zweiter bis vierter Ordnung mit der geometrischen Form einer Verteilung in Verbindung gebracht und am Beispiel der Daten erläutert werden.

Anschließend werden die aus den Simulationen und den Daten bestimmten Transversalimpulsverteilungen hinsichtlich ihrer Form analysiert und verglichen, in dem jeweils für alle Schwerpunktsenergien die Mittelwerte, Varianzen, dritten und vierten Momente in Abhängigkeit der Multiplizität betrachtet werden.

3.1 zentrale Momente der p_T -Spektren aus gemessenen Daten

Der Zusammenhang der zentralen Momente und der geometrischen Form einer Verteilung soll im Folgenden für jedes zentrale Moment zunächst erläutert und anschließend am Beispiel der Transversalimpulsverteilungen in Proton-Proton-Kollisionen bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie (24) verdeutlicht werden.

Varianz:

Das zweite zentrale Moment μ_2 , gebildet nach Gleichung 2.10 für diskrete Verteilungen, beschreibt die mittlere quadratische Abweichung einer Variablen x vom Mittelwert μ

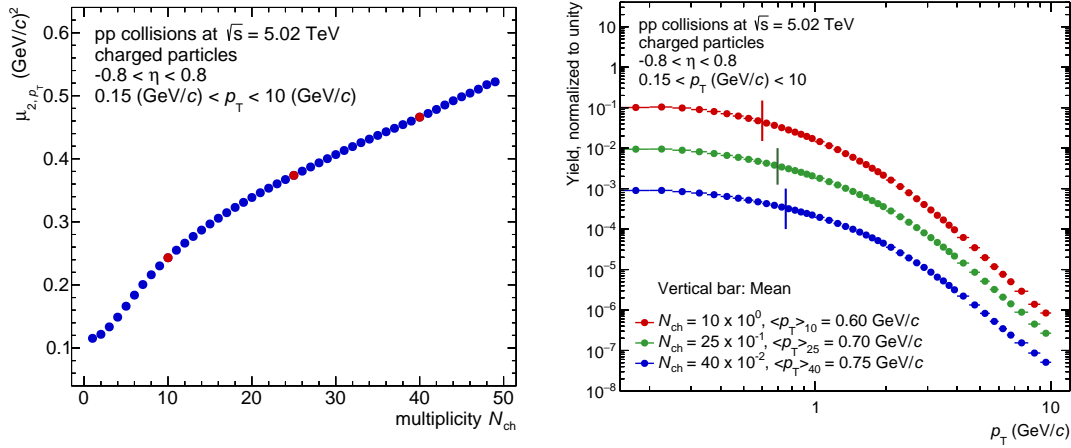


Abbildung 3.1: Zweites zentrales Moment (links) und zugrundeliegende Verteilungen (rechts) der 5,02 TeV-Daten für die Multiplizitäten 10, 25 und 40, normiert auf eins und mit verschiedenen Zehnerpotenzen skaliert (24)

der ihr zugrundeliegenden Verteilung $f(x)$ und wird Varianz genannt:

$$\mu_2 = \sum_x (x - \mu)^2 f(x) \quad (3.1)$$

Die Varianz ist ein Maß für die Streuung einer Verteilung um ihren Mittelwert und eignet sich somit zur anschaulichen Charakterisierung der Form einer Verteilung und insbesondere auch um unterschiedliche Verteilungen miteinander zu vergleichen.

Die Transversalimpulsspektren, die in dieser Arbeit mithilfe der (zentralen) Momente untersucht und verglichen werden sollen, liegen als Histogramme vor. Das heißt der Transversalimpuls (x-Achse) wird nicht als kontinuierliche Größe betrachtet, sondern in Intervalle unterteilt, denen jeweils die absolute Häufigkeit (y-Achse) zugeordnet ist mit der ein in dieses Intervall fallender Transversalimpuls gemessen wurde.

Für die Berechnung der (zentralen) Momente wird als diskrete Variable x jeweils der Mittelwert der Transversalimpulsintervalle p_T verwendet. Als dieser Verteilung zugrundeliegenden Verteilung $f(x)$ wird anstelle der absoluten die relative Häufigkeit $g(p_T)$, die absolute Häufigkeit normiert auf die Gesamtanzahl, für jedes Intervall verwendet. Da die Länge der Transversalimpulsintervalle sich von eins unterscheidet und insbesondere nicht alle Intervalle dieselbe Länge haben, muss jedes Intervall mit seiner jeweiligen Länge $l(p_T)$ gewichtet werden:

$$\mu_2 = \sum_{p_T} l(p_T) \cdot (p_T - \mu)^2 \cdot g(p_T) \quad (3.2)$$

Für die vorliegende Transversalimpulsverteilung werden die Varianz und die folgenden höheren zentralen Momente jeweils für jeden Multiplizitätswert N_{ch} einzeln gebildet und im Folgenden als Funktion der Multiplizität gezeigt.

Die Varianz der Transversalimpulsverteilungen in Proton-Proton-Kollisionen bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie in Abhängigkeit der Multiplizität ist im linken Teil der Abbildung 3.1 dargestellt. Ausgehend vom Ordinatenabschnitt bei ungefähr $0,11 \text{ GeV}^2/c^2$

steigt die Varianz im Bereich um eine Multiplizität von zehn stark an. Ab einer Multiplizität von circa 20 und einer Varianz von ungefähr $0,33 \text{ GeV}^2/c^2$ flacht der Anstieg leicht ab und die Varianz steigt gleichmäßig auf etwa $0,52 \text{ GeV}^2/c^2$ bei einer Multiplizität von 50 an. Das heißt, dass sich die gemessenen Transversalimpulse für kleine Multiplizitäten um den Mittelwert der entsprechenden Verteilung häufen und ihre Streuung um den Mittelwert mit zunehmender Multiplizität ansteigt.

Für die drei in rot hervorgehobenen Multiplizitäten $N_{ch} = \{10, 25, 40\}$ ist im rechten Teil der Abbildung 3.1 jeweils die korrespondierende Verteilung gezeigt, wobei als Normierung nicht die Division durch die Gesamtanzahl der Messungen, sondern die Division durch die Fläche unter der Verteilung gewählt wurde (Normierung auf Integral eins). Die drei Verteilungen wurden jeweils mit einer Zehnerpotenz skaliert, um sie optisch besser unterscheiden zu können. Die Mittelwerte der Verteilungen sind durch vertikale Striche der entsprechenden Farbe gekennzeichnet.

Die Verteilungen selbst haben ein ausgeprägtes Maximum in der Nähe ihres Mittelwerts und einen zu hohen Transversalimpulsen weit auslaufenden Schweif. Zu beachten ist hierbei die logarithmische Skalierung der Abszissen- und der Ordinatenachse. Die relative Häufigkeit, mit der einzelne Transversalimpulse kleiner als der Mittelwert gemessen werden, übersteigt also bei weitem die mit der einzelne Transversalimpulse größer als der Mittelwert gemessen werden. Mit steigender Multiplizität wandern die Mittelwerte zunehmend zu größeren Transversalimpulsen und das Intervall zwischen Maximum und Mittelwert der Verteilung wird zunehmend größer. Aufgrund dessen nimmt die mittlere Streuung um den Mittelwert, die Varianz, zu höheren Multiplizitäten hin zu.

Schiefe:

Das dritte zentrale Moment kann ebenfalls nach Gleichung 2.10 für diskrete Verteilungen gebildet werden. Nimmt man dieselben Anpassungen vor wie bei der Berechnung der Varianz kann auch das dritte Moment für die Transversalimpulsverteilungen der Daten bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie gebildet werden:

$$\mu_3 = \sum_{p_T} l(p_T) \cdot (p_T - \mu)^3 \cdot g(p_T) \quad (3.3)$$

Aussagen über die geometrische Form einer Verteilung lassen sich aus dem dritten Moment gewinnen, indem man eine Normierung auf die Standardabweichung σ , die Wurzel der Varianz, vornimmt. Die so erhaltene Größe nennt man die Schiefe γ einer Verteilung:

$$\gamma = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}} \quad (3.4)$$

Sie gibt Aufschluss auf die Art und die Stärke der Asymmetrie einer Verteilung bezüglich ihres Mittelwertes. Im Wesentlichen stellt die Schiefe ein Maß dafür dar wie stark eine Verteilung nach rechts oder links geneigt ist.

Eine nach links geneigte Verteilung zeichnet sich dadurch aus, dass ihr Maximum über dem Mittelwert liegt, also die Abszissenwerte größer als der Mittelwert häufiger vorkommen. Dementsprechend liegt das Maximum bei einer rechts geneigten Verteilung unter dem Mittelwert und die Abszissenwerte kleiner als der Mittelwert kommen häufiger vor. Eine nach links geneigte Verteilung bezeichnet man als linkssteil oder rechtsschief, ihre Schiefe nimmt einen Wert kleiner null an. Eine nach rechts geneigte Verteilung nennt man rechtssteil oder linksschief, ihre Schiefe nimmt einen Wert größer null an. Ist die Verteilung ausgeglichen, d.h. die Summe der relativen Häufigkeiten ist vom Mittelwert ausgehend in beide Richtungen dieselbe, nimmt die Schiefe den Wert null an. Obwohl

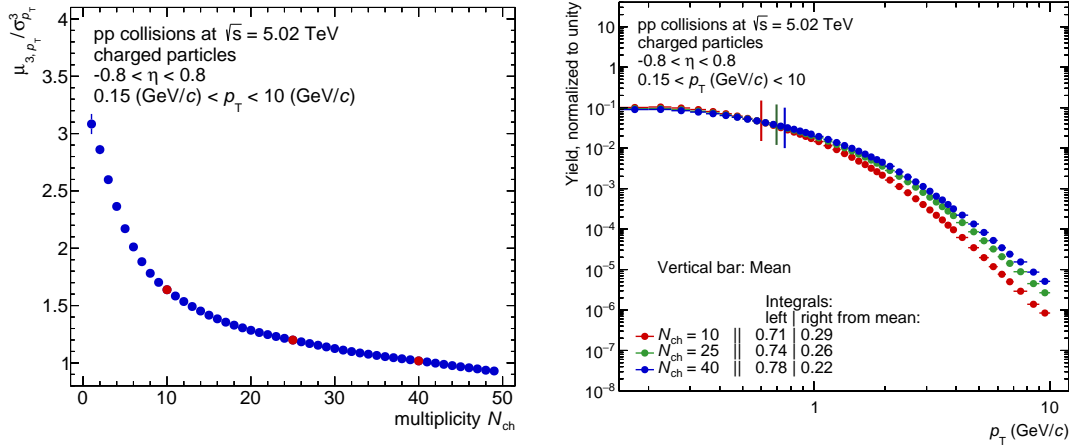


Abbildung 3.2: Drittes zentrales Moment (links) und zugrundeliegende Verteilungen (rechts) der 5,02 TeV-Daten (24) für die Multiplizitäten 10, 25 und 40, normiert auf eins

für symmetrische Verteilungen die Schiefe verschwindet, folgt umgekehrt nicht zwingend, dass die Verteilung symmetrisch ist, wenn ihre Schiefe den Wert null annimmt. Eine Zusammenfassung der wesentlichen Eigenschaften der Schiefe sind in Tabelle 3.1 zusammengetragen.

Schiefe < 0	linksschief / rechtssteil	Maximum $>$ Mittelwert
Schiefe > 0	rechtsschief / linkssteil	Maximum $<$ Mittelwert
Schiefe $= 0$		ausgeglichen

Tabelle 3.1: Wesentliche Informationen zur Schiefe

Abbildung 3.2 zeigt links die Schiefe der Transversalimpulsverteilungen in Proton-Proton-Kollisionen bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie in Abhängigkeit der Multiplizität. Bei der Ordinatenachse beginnend fällt die Schiefe von etwas über drei mit steigender Multiplizität stark auf ungefähr 1,6 bei einer Multiplizität von zehn ab. Von da ausgehend nähert sich die Schiefe zunehmend langsamer einem Wert von 0,9 an, der bei einem Multiplizitätswert von 50 erreicht wird. Für alle Multiplizitäten ist die Schiefe stets positiv, d.h. für jede Multiplizität ist die zugehörige Transversalimpulsverteilung stets rechtsschief. Wie bei der Diskussion der Varianz bereits angemerkt, befindet sich das Maximum der Verteilungen jeweils bei einem Wert kleiner als ihr Mittelwert.

Im rechten Teil der Abbildung 3.2 sind für dieselben drei rot markierten Multiplizitätswerte, wie bereits bei der Varianz, die unskalierten Transversalimpulsverteilungen zu sehen. Die Normierung wurde hierbei nicht verändert und die vertikalen Balken stellen nach wie vor die Position der Mittelwerte dar. Die drei gezeigten Verteilungen überlappen sich im Intervall zwischen Ordinatenachse und Mittelwert fast vollständig. Für Abszissenwerte größer als der Mittelwert fächern die Verteilungen zunehmend auf und es lässt sich erkennen, dass die Verteilungen mit zunehmender Multiplizität zu höheren Transversalimpulsen schwächer abfallen. Aus der Angabe der Integrale links bzw. rechts vom Mittelwert in der Abbildung lässt sich außerdem entnehmen, dass mit steigender Multiplizität die Anzahl der gemessenen Transversalimpulse kleiner als der Mittelwert

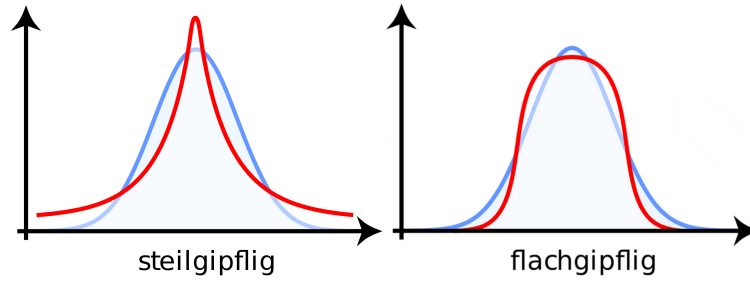


Abbildung 3.3: Beispiel für eine steilgipflige (links, rot) und eine flachgipflige (rechts, rot) Verteilung relativ zur Normalverteilung (hellblau), nach (17)

zunimmt. Aufgrund der steigenden Varianz nimmt die Schiefe dennoch mit steigender Multiplizität ab.

Wölbung:

Völlig Analog zum zweiten und dritten wird auch das vierte zentrale Moment nach Gleichung 2.10 gebildet:

$$\mu_4 = \sum_{p_T} l(p_T) \cdot (p_T - \mu)^4 \cdot g(p_T) \quad (3.5)$$

Auch das vierte zentrale Moment kann auf die Standardabweichung normiert werden, um Aussagen über die Form einer Verteilung treffen zu können. Die korrespondierende Größe nennt man die Wölbung β einer Verteilung:

$$\beta = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{\sqrt{\mu_2}^4} = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \quad (3.6)$$

Die Wölbung ist ein Maß für die Steilheit oder auch Spitzigkeit einer Verteilung relativ zur Normalverteilung (12). Ihr Wert beträgt für jede Normalverteilung, unabhängig von ihrem Mittelwert und ihrer Varianz, immer drei. Infolge dessen nennt man Verteilungen deren Wölbung den Wert drei annimmt normalgipflig. Verteilungen deren Wölbung größere Werte als drei annimmt heißen steilgipflig, Verteilungen mit kleinerer Wölbung als drei entsprechend flachgipflig, siehe Tabelle 3.2 und Abbildung 3.3.

Wölbung = 3	normalgipflig
Wölbung > 3	steilgipflig
Wölbung < 3	flachgipflig

Tabelle 3.2: Benennungsschema für Verteilungen bezüglich ihrer Wölbung

Eine geringe Wölbung resultiert aus einer gleichmäßigen Streuung der gemessenen Variable um ihren Mittelwert. Bei einer großen Wölbung wird die Streuung durch extreme Abszissenwerte beeinflusst, die weit vom Mittelwert entfernt liegen, aber nur selten auftreten.

In Abbildung 3.4 sieht man links die Entwicklung der Wölbung der Transversalimpulsverteilungen in Proton-Proton-Kollisionen bei 5,02 TeV schwerpunktsenergie in Abhän-

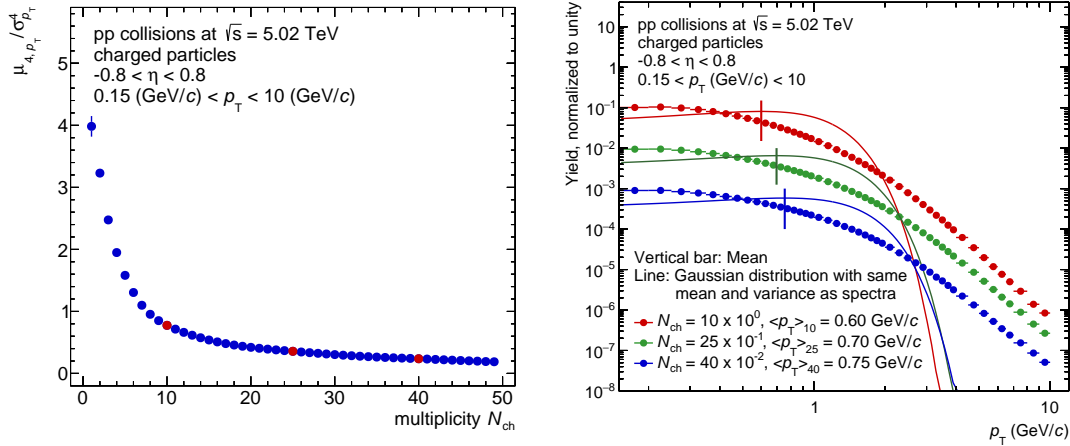


Abbildung 3.4: Viertes zentrales Moment (links) und zugrundeliegende Verteilungen (rechts) der 5,02 TeV-Daten (24) für die Multiplizitäten 10, 25 und 40, normiert auf eins und mit verschiedenen Zehnerpotenzen skaliert.

gigkeit der Multiplizität. Für sehr kleine Multiplizitäten nimmt die Wölbung einen Wert größer drei an, die zugehörigen Verteilungen sind also steilgipflig. Ab einem Multiplizitätswert von 3 sind alle zugehörigen Verteilungen entsprechend flachgipflig. Bis zu einer Multiplizität von zehn fällt die Wölbung sehr stark auf unter eins ab. Im Multiplizitätsintervall zwischen 10 und 50 fällt die Wölbung sehr langsam auf ungefähr 0,2 ab.

Im rechten Teil der Abbildung 3.4 sind erneut die Verteilungen gezeigt, die den rot markierten Multiplizitäten im linken Teil der Abbildung zugeordnet sind, wie sie bereits für die Betrachtung der Varianz verwendet wurden. Die durchgezogenen Linien in den entsprechenden Farben der Verteilungen zeigen Normalverteilungen, deren Varianz und Mittelwert jeweils denen der Verteilung entsprechen. Man erkennt, dass alle Verteilungen flacher und breiter verlaufen als die ihr zugehörige Normalverteilung, wodurch sich flachgipflige Verteilungen charakterisieren.

3.2 Die verwendeten Tunes

In diesem Abschnitt soll kurz erläutert werden, was die vier Tunes Monash 2013, ATLAS A14 zu der PDF NNPDF2.3LO, 4C und 4Cx, die im Folgenden miteinander verglichen werden sollen, voneinander unterscheidet und was ihre wesentlichen Merkmale sind.

Die Tunes bauen teilweise aufeinander auf und unterscheiden sich vor allem in den Daten, an die sie angepasst wurden. Eine Ausnahme stellt der Tune 4Cx dar, der eine spezielle Anpassung des Tunes 4C an ein Modell ist, in dem die effektive räumliche Ausdehnung eines Partons von dem Impulsanteil x abhängt, den es trägt. Eine schematische Zeichnung, wie die vier Tunes zusammenhängen ist in Abbildung 3.5 gezeigt.

Der Tune 4C (21) ist einer der ersten PYTHIA8 Tunes, er wurde an frühe LHC Daten angepasst, die nur bei vergleichsweise niedrigen Schwerpunktsenergien zu Verfügung standen.

Ausgehend von Tune 4C, wurde mit Tune 4Cx eine Anpassung der effektiven räumlichen Ausdehnung der Partonen in den Protonen an ein realitätsnäheres Modell vor-

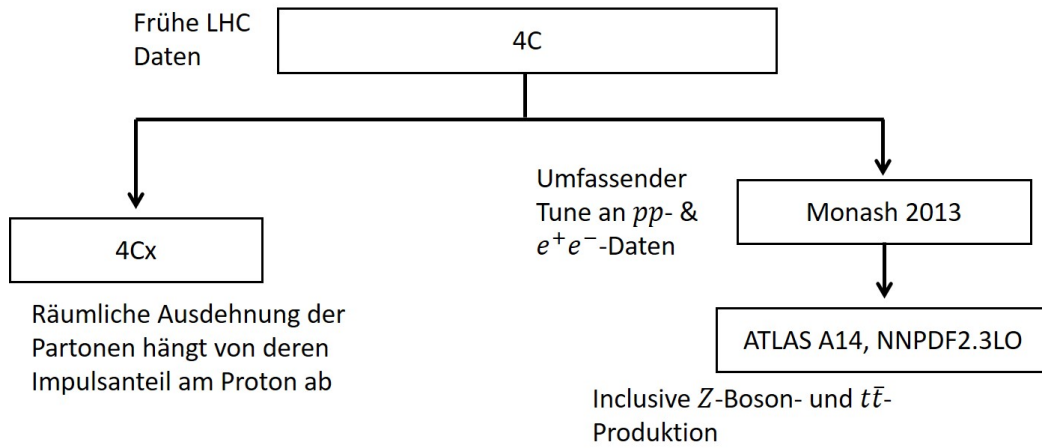


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung der Zusammenhänge zwischen und wesentliche Informationen zu den Tunes Monash 2013, ATLAS A14 NNPDF2.3LO, 4Cx und 4C (4)

genommen. Die effektive räumliche Ausdehnung wird benötigt, um die Multi-Parton-Interaktionen des Unterliegenden Ereignisses zu simulieren, wie in Kapitel 2.2 erläutert. Anstatt, dass die effektive Größe mit der ein Parton ein anderes stoßen kann als konstant angenommen wird, wird sie in Abhängigkeit des Impulsanteils angegeben, den das Parton am Impuls des Protons trägt.

Der Monash 2013-Tune wurde ausgehend vom Tune 4C an umfassende LHC-Daten angepasst, die viele verschiedene elementare Prozesse beinhalten. Er verwendet die konstante effektive räumliche Darstellung zur Simulation der Multi-Parton-Interaktionen. Der Tune ATLAS A14 NNPDF2.3LO ist wiederum eine Anpassung des Monash Tunen an Ereignisse, in denen elementare Prozesse mit besonders hohen Impulsübertragen stattgefunden haben, wie die Erzeugung eines $t\bar{t}$ -Paares, oder bei denen besonders schwere Teilchen entstanden sind. Er verwendet ebenfalls die konstante räumliche Darstellung der Partonen.

Insbesondere verwenden der Tune 4C und 4Cx, sowie der Tune Monash 2013 und ATLAS A14 jeweils dieselbe PDF CTEQ6L1,LO bzw. NNPDF2.3LO.

3.3 Vergleich der Momente gemessener und simulierter p_T -Verteilungen

Im Folgenden werden für die Daten und die vier Tunes 4C, 4Cx, Monash 2013 und ATLAS A14 jeweils nacheinander die Mittelwerte, die Varianz, das dritte und das vierte zentrale Moment in Abhängigkeit von der Multiplizität analysiert. Die Tunes werden dabei sowohl mit den Daten als auch untereinander verglichen, um Rückschlüsse auf die Ursachen der Abweichungen zu ziehen und zu ermitteln welche Tunes eine gute Beschreibung einer Proton-Proton-Kollision liefern.

3.3.1 Der Mittelwert

Abbildung 3.6 zeigt die Mittelwerte der Transversalimpulsverteilungen für vier verschiedene Schwerpunktsenergien jeweils für die vier Tunes 4C, 4Cx, Monash 2013 und ATLAS A14 und die entsprechenden gemessenen Daten (im Folgenden Daten) in Abhängigkeit der Multiplizität. Für die Tunes ist in Klammern jeweils die Anzahl simulierter Er-

eignisse angegeben, die zur Berechnung der Mittelwerte verwendet wurde. Unter den Verteilungen ist für jede Schwerpunktsenergie zusätzlich noch das Verhältnis der Daten zu den vier Tunes, ebenfalls in Abhängigkeit der Multiplizität gezeigt. Eine vergrößerte Ansicht dieser Verhältnisse ist in Abbildung 3.7 gezeigt.

Für alle Schwerpunktsenergien folgen die Daten und die simulierten Verteilungen einem ähnlichen Verlauf. Von kleinen Multiplizitäten ausgehend steigen die Mittelwerte zunächst stark an, bis der Anstieg ab einer Multiplizität von ungefähr 15 zunehmend abflacht. Auffällig ist, dass die Verteilungen der Tunes und der Daten bei kleinen Multiplizitäten stark voneinander abweichen. Der Ordinatenabschnitt der Verteilungen der verschiedenen Tunes liegt jeweils bei etwa $0,46 \text{ GeV}/c$. Von da ausgehend steigen die Mittelwerte sehr stark an und gehen dann in den oben beschriebenen Verlauf über, bis sie bei einer Multiplizität von 50 einen Mittelwert von ungefähr $0,8 \text{ GeV}/c$ erreicht haben. Der Ordinatenabschnitt der Daten liegt mit einem Wert von ungefähr $0,51 \text{ GeV}/c$ deutlich über dem der Verteilungen der Tunes. Für sehr kleine Multiplizitäten bis etwa 3 bleibt der Mittelwert in etwa konstant. Ab einer Multiplizität von 4 geht die Verteilung ebenfalls in den oben beschriebenen Verlauf über.

Diese Abweichung lässt zwei unterschiedliche Interpretationen zu. Zum einen könnten bei Ereignissen, in denen nur sehr wenige Teilchen entstehen, neue unbekannte Prozesse ablaufen, die dazu führen, dass die Teilchen im Mittel einen höheren Transversalimpuls bekommen als erwartet. Zum anderen könnte das Problem in der Messung selbst liegen. Es könnten beispielsweise elektromagnetische Wechselwirkungen als Kollisionen mit sehr wenig Teilchen identifiziert werden. Dadurch könnte der mittlere Transversalimpuls zu höheren Werten hin verschoben werden. Eine weitere mögliche Problematik kann in der Detektoreffizienz liegen. Diese hängt vom Transversalimpuls des auftreffenden Teilchens ab und fluktuiert zusätzlich um einen Mittelwert. Dieser Mittelwert ist für kleine Transversalimpulse vergleichsweise klein und wird zu größeren Transversalimpulsen hin größer. Es gehen daher bei einer Messung mehr Teilchen mit kleinen Transversalimpulsen verloren. Bei Ereignissen, in denen wenig Teilchen entstehen, gehen möglicherweise alle dieser Teilchen verloren, wodurch es unmöglich wird diese Effizienzeffekte herauszukorrigieren. Dadurch würde dem Ereignis einerseits ein zu hoher Transversalimpuls, andererseits eine zu kleine Multiplizität zugeordnet werden. Wodurch die Transversalimpulsverteilung im Bereich sehr kleiner Multiplizitäten nicht richtig gemessen werden würden.

Da die Bestimmung der Ursache der Abweichung bei sehr kleinen Multiplizitäten jenseits der Möglichkeiten der hier verwendeten Simulation liegt, wird dieser Multiplizitätsbereich im Folgenden außer Acht gelassen.

In den restlichen Multiplizitätsbereichen wird der Verlauf der Mittelwerte der Transversalimpulsverteilungen vor allem für kleine Schwerpunktsenergien gut durch die mit den Tunes 4C, 4Cx und Monash 2013 simulierten Verteilungen wiedergegeben. Mit steigender Schwerpunktsenergie wird die Beschreibung jedoch zunehmend schlechter. Die Mittelwerte, die aus den Verteilungen gebildet wurden, die mit dem ATLAS A14-Tune simuliert wurden, weichen hingegen für kleine Schwerpunktsenergien stark von den Mittelwerten aus Daten ab. Mit zunehmender Schwerpunktsenergie nähern sich die Mittelwerte, denen der ATLAS A14-Tune zugrunde liegt, zunehmend an die aus Daten an. Vor allem für hohe Multiplizitäten von etwa 25-50 beschreibt dieser Tune die Messung bei 8 und 13 TeV deutlich besser als die anderen drei Tunes. Darin spiegelt sich direkt wider, dass der ATLAS A14-Tune gerade an Kollisionen mit hoher Schwerpunktsenergie angepasst und für elementare Prozesse ausgelegt wurde, die einen besonders

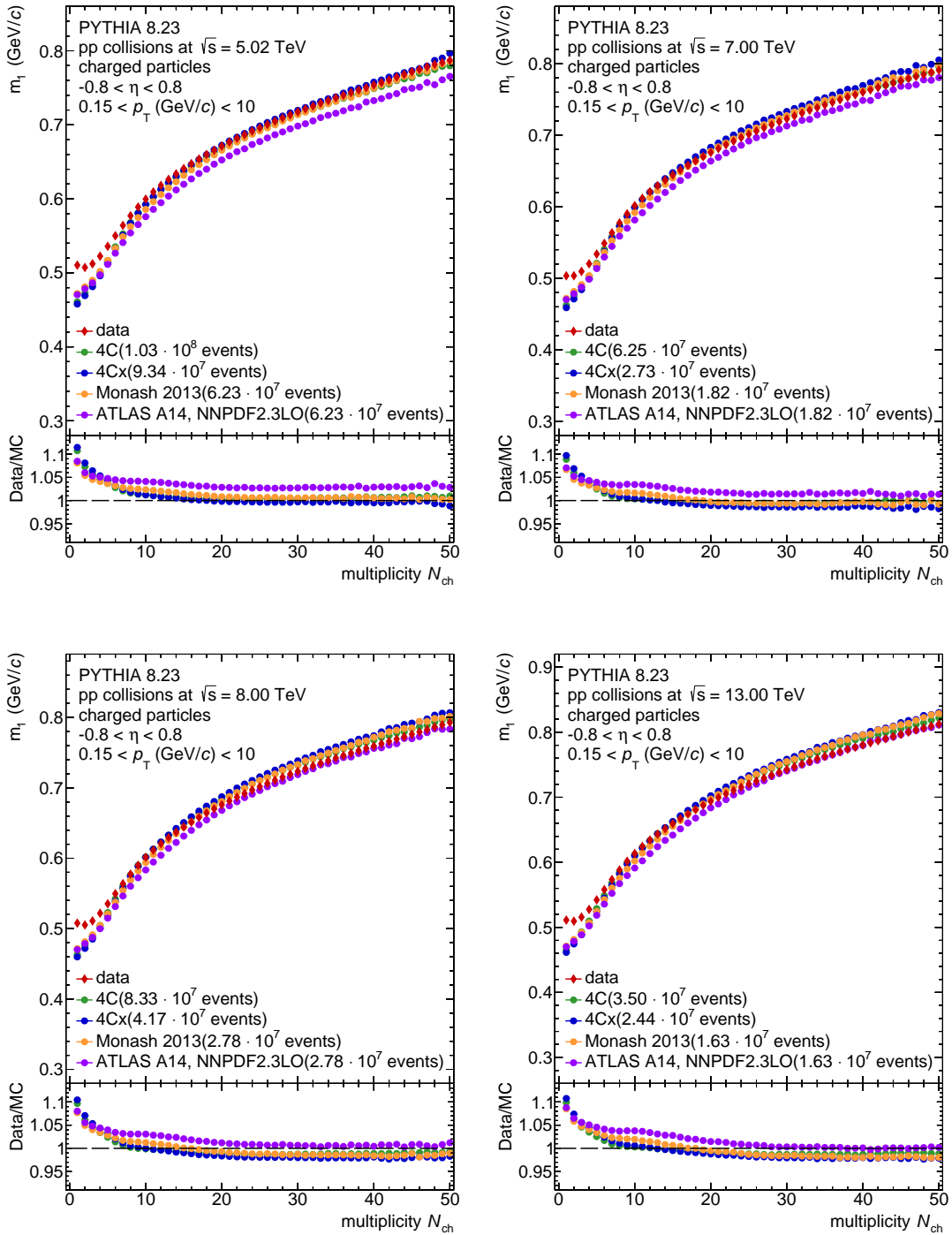


Abbildung 3.6: Mittelwerte der Transversalimpulsverteilungen in Proton-Proton-Kollisionen in Abhängigkeit der Multiplizität aus Simulationen mit unterschiedlichen Tunes im Vergleich mit gemessenen Daten für unterschiedliche Schwerpunktsenergien

hohen Impulsübertrag erfordern, wie beispielsweise die Produktion eines $t\bar{t}$ -Paares.

Aus der vergrößerten Ansicht der Verhältnisse der Mittelwerte von Daten zu Tunes, gezeigt in Abbildung 3.7, erkennt man, dass der Verlauf der Verteilungen aus den Tunes

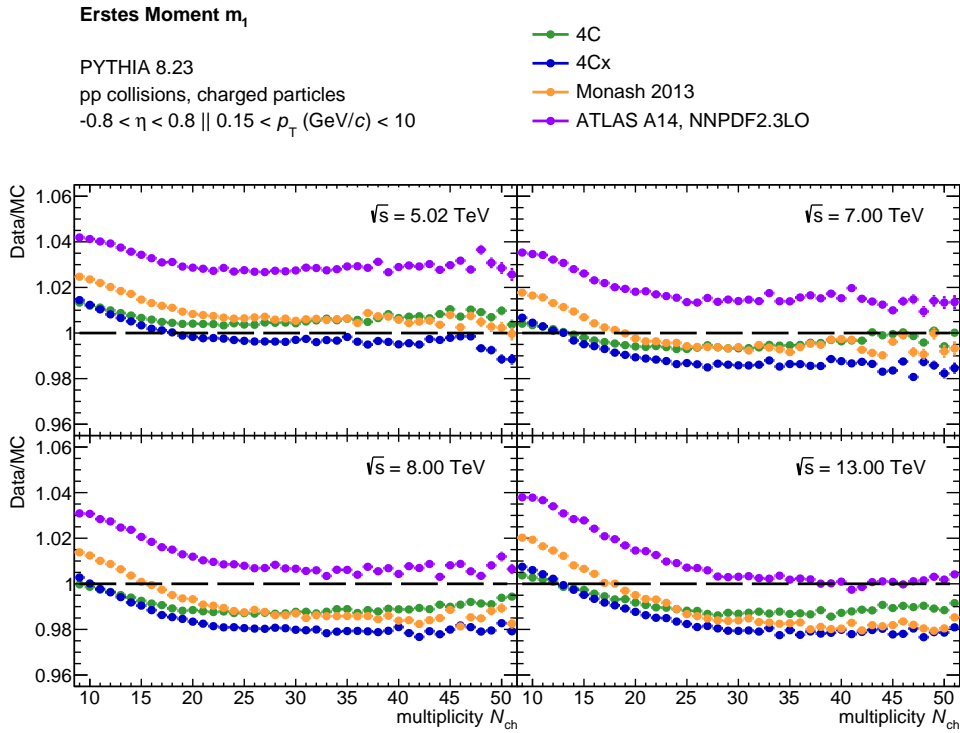


Abbildung 3.7: Vergrößerte Ansicht des Verhältnisses der Mittelwertverteilungen aus simulierten und gemessenen Daten, gezeigt in Abbildung 3.6

ATLAS A14, Monash 2013 und 4Cx eine sehr ähnliche Form hat. Vor allem bei kleinen Schwerpunktsenergien ist der Abstand zwischen den Mittelwertkurven annähernd konstant. Der Verlauf der Verteilung des 4C-Tunes unterscheidet sich hingegen recht stark von dem der drei anderen Verteilungen. Bei kleinen Multiplizitäten bis etwa 15 deckt er sich ungefähr mit dem Verlauf des Tunes 4Cx, steigt danach jedoch weniger stark an und geht für kleine Schwerpunktsenergien schließlich annähernd in den Verlauf der Verteilung von Monash 2013 über. Für hohe Schwerpunktsenergien deckt sich der Verlauf nur in einem Multiplizitätsintervall von 25 bis 30 mit dem des Monash-Tunes. Danach folgt die Verteilung des 4C-Tunes einem geringeren Anstieg als die des Monash 2013-Tunes.

Die Steigung der Verteilungen der ATLAS-, Monash und 4Cx-Tunes nimmt für alle Schwerpunktsenergien bei kleinen Multiplizitäten bis etwa 23 stärker zu als die der Daten. Die Steigung des 4Cx-Tunes nimmt in diesem Bereich weniger stark zu als die der anderen Tunes, aber dennoch stärker als die der Daten. Von da ausgehend bis zu einer Multiplizität von 50 ist das Verhältnis zwischen den Mittelwerten der Datenkurve und den Tunekurven näherungsweise konstant. Daraus lässt sich schließen, dass sich der Anstieg der Mittelwerte durch eine Simulation unter Verwendung jeder der vier Tunes, besonders bei hohen Multiplizitäten, gut beschreiben lässt. Allerdings weichen die Mittelwerte der Tunes in ihren Zahlenwerten teilweise stark von denen der Daten ab.

Wie bereits erwähnt ist die Abweichung bei einer Schwerpunktsenergie von 5,02 TeV für den ATLAS-Tune, mit bis zu 4% bei kleinen (8-20) und ungefähr 2,75% bei mittleren bis hohen Multiplizitäten (21-50), am größten. Für kleine Multiplizitäten liefern die Tunes 4C und 4Cx eine annähernd gleich gute Beschreibung der Daten mit maximal 1,4% Abweichung. Der Monash-Tune liegt in diesem Bereich mit einer Abweichung von

maximal 2,5% zwischen dem 4C/4Cx-Tune und dem ATLAS-Tune. Bei mittleren bis hohen Multiplizitäten ist die Abweichung des Mittelwerts des Monash- und des 4Cx-Tunes von dem der Daten mit annähernd 0,5% in etwa gleich groß. Der 4C-Tune liefert mit einer Abweichung von ungefähr 0,25% eine sehr gute Beschreibung der Daten.

Für kleine Multiplizitäten führt die Verwendung aller vier Tunes zu einer Unterschätzung des Mittelwertes. Das heißt es werden zu viele Teilchen mit kleinen Transversalimpulsen simuliert. Für mittlere bis hohe Multiplizitäten liegt der simulierte Mittelwert der Transversalimpulsverteilungen für die Tunes 4C, Monash 2013 und ATLAS A14 weiterhin unter dem Gemessenen. Der Mittelwert des 4Cx-Tunes liegt in diesem Intervall über dem der Daten, d.h. unter Verwendung dieses Tunes werden zu viele Teilchen mit hohem Transversalimpuls simuliert.

Für Kollisionen bei einer Schwerpunktsenergie von 7 TeV weist der ATLAS-Tune mit maximal 3% bei kleinen (8-18) und ungefähr 1,5% bei mittleren bis hohen (19-50) Multiplizitäten weiterhin die größte Abweichung zu den Mittelwerten der Daten auf. Insgesamt liegen dessen Mittelwerte weit unter denen der Daten. Die Mittelwerte der Tunes 4C und 4Cx stimmen mit 0,5% Abweichung bei kleinen Multiplizitäten am besten mit den Daten überein, während der Monash 2013-Tune mit einer Abweichung von bis zu 2% zwischen diesen beiden und dem ATLAS-Tune liegt. In diesem Bereich liegen die Mittelwerte der Tunes weitestgehend unter denen der Daten, wobei die Steigung der beiden Tunes 4C und 4Cx bei einer Multiplizität von ungefähr 13 von zu schwach auf zu stark ansteigt und die Mittelwerte anschließend über denen der Daten liegen. Bei höheren Multiplizitäten hingegen weichen der Monash- und der 4C-Tune mit 0,5% nur wenig von den Mittelwerten der Daten ab, wobei der Tune 4Cx mit 1,5% eine größere Abweichung aufweist. Für diese Multiplizitäten überschätzen diese drei Tunes den Mittelwert.

Bei 8 TeV Schwerpunktsenergie werden die Daten für kleine Multiplizitäten (8-20) von den Tunes 4C, 4Cx und Monash 2013 mit weniger als 2% Abweichung in etwa gleich gut beschrieben. Der ATLAS A14-Tune liefert in diesem Bereich mit bis zu 3% Abweichung eine etwas schlechtere Beschreibung. Für mittlere bis hohe Multiplizitäten (21-50) hingegen liegen die Mittelwerte der, mit dem ATLAS A14-Tune simulierten, Transversalimpulsverteilungen mit etwa 0,75% Abweichung sehr nah an denen der Gemessenen. Die Abweichungen der Tunes Monash 2013 und 4C liegen mit ungefähr 1,25% etwas höher als die des ATLAS-Tunes. Der Mittelwert des 4Cx-Tunes weist mit grob 2% die größte Abweichung zu dem der Daten auf. Insgesamt überschätzen die Simulationen mit den Tunes Monash 2013, 4C und 4Cx die Mittelwerte der Transversalimpulsverteilungen für Kollisionen dieser Schwerpunktsenergien auf fast dem gesamten Multiplizitätsbereich. Lediglich im Intervall von 8 bis 15 wird der Mittelwert durch den Monash-Tune unterschätzt. Der Mittelwert des ATLAS-Tune liegt dagegen im gesamten Multiplizitätsintervall von 8 bis 50 über dem der Messung.

Für die höchste hier betrachtete Schwerpunktsenergie von 13 TeV beschreiben die Tunes Monash 2013, 4C und 4Cx die Daten mit einer Abweichung von maximal 2% für kleine bis mittlere Multiplizitäten (8-27) annähernd gleich gut. Die Beschreibung durch den ATLAS A14-Tune bleibt mit einer Abweichung von bis zu 4% in diesem Bereich weiterhin eher schlecht. Für höhere Multiplizitäten (28-50) hingegen weicht der Mittelwert des ATLAS-Tunes mit maximal 0,5% kaum von dem der Daten ab. Wohingegen die der anderen drei Tunes mit etwa 1% bis 2% eine vergleichsweise große Abweichung aufweisen. Bei kleinen Multiplizitäten unterschätzen die Tunes zunächst die Mittelwerte der Transversalimpulsverteilungen. Bei einer Multiplizität von 13 bzw. 18 wechselt die Steigung der Mittelwerte für die Tunes 4C, 4Cx und Monash 2013 von zu schwach auf

zu stark, woraufhin die Mittelwerte durch diese Tunes überschätzt werden.

Insgesamt werden die Verhältnisse zwischen den Mittelwerten der Tunes und der Daten von 5,02 TeV Schwerpunktsenergie ausgehend zu höheren Schwerpunktsenergien hin zunehmend kleiner. Das heißt, die Anzahl der erzeugten Teilchen mit hohen (relativ zum Mittelwert) Transversalimpulsen nimmt in der Simulation mit steigender Schwerpunktsenergie zu stark zu.

Während bei 5,02 TeV tendenziell eher zu wenig Teilchen mit hohem Transversalimpuls erzeugt werden, sorgt die zu starke Verschiebung zu hohen Transversalimpulsen dafür, dass mit steigender Schwerpunktsenergie zunehmend mehr Teilchen mit zu hohen Transversalimpulsen simuliert werden.

Es kann davon ausgegangen werden, dass die verwendete PDF dieses Problem nicht verursacht, also der ursprüngliche Impulsübertrag des elementaren Prozesses realistisch ist. Daher wird entweder der Ausgangsimpuls nicht der Realität entsprechend auf die einzelnen Teilchen aufgeteilt oder es werden zu wenig Teilchen simuliert, auf die der Ausgangsimpuls aufgeteilt werden kann. Insbesondere würde in diesem Fall auch die Anzahl der simulierten Teilchen mit der Schwerpunktsenergie zu schwach ansteigen.

3.3.2 Die Varianz

Ebenso wie die Mittelwerte, lassen sich auch die Varianzen der Transversalimpulsverteilungen für die vier Tunes und die gemessenen Daten jeweils in Abhängigkeit der Multiplizität für die vier verschiedenen Schwerpunktsenergien 5,02 TeV, 7 TeV, 8 TeV und 13 TeV bilden. Die zu Abbildung 3.6 analogen Verteilungen der Varianz sind in Abbildung 3.8 gezeigt. Die Darstellung ist dabei ebenfalls dieselbe. Eine vergrößerte Ansicht der gezeigten Verhältnisse zwischen Varianz der Daten und der Tunes ist in Abbildung 3.9 zu sehen.

Die gezeigten Varianzverteilungen der Daten und der vier Tunes folgen für jede Schwerpunktsenergie einem ähnlichen Verlauf. Insbesondere ändert sich dieser Verlauf mit zunehmender Schwerpunktsenergie nur wenig. Für alle Tunes beginnen die Verteilungen an der Ordinatenachse bei etwa $0,09 \text{ GeV}^2/c^2$, für alle Datensätze bei etwas über $0,1 \text{ GeV}^2/c^2$. Von da ausgehend steigen sie für kleine Multiplizitäten bis etwa 13 stark an. Um eine Multiplizität von 13 herum flacht der Anstieg zunehmend ab und geht von da aus in einen annähernd linearen Anstieg über. Während der Anstieg für kleine Multiplizitäten nur wenig mit steigender Schwerpunktsenergie zunimmt, wächst der annähernd lineare Anstieg bei mittleren bis hohen Multiplizitäten relativ stark mit der Schwerpunktsenergie an. Somit reichen die Varianzen, die bei einer Multiplizität von 50 erreicht werden, von ungefähr $0,5 \text{ GeV}^2/c^2$ bei einer Schwerpunktsenergie von 5,02 TeV bis zu etwa $0,58 \text{ GeV}^2/c^2$ bei 13 TeV Schwerpunktsenergie.

Auch bei den Varianzen kann eine vergleichsweise große Abweichungen zwischen den Tunes und den Daten im Bereich sehr kleiner Multiplizitäten bis etwa 5 für alle Schwerpunktsenergien beobachtet werden. Die Bestimmung der Ursachen für diese Abweichungen liegen, wie bereits bei der Diskussion der Mittelwerte erwähnt, außerhalb der Möglichkeiten der verwendeten Simulation.

Für eine Schwerpunktsenergie von 5,02 TeV liefern die Tunes sehr unterschiedliche Abschätzungen für die Varianz. Die Kurven liegen mit bis zu $0,04 \text{ GeV}^2/c^2$ Abstand zueinander sehr breit gefächert. Zusätzlich tendieren die Tunes dazu die Varianz der Transversalimpulsverteilungen zu unterschätzen. Mit steigender Schwerpunktsenergie rücken die simulierten Varianzverteilungen näher zusammen und liefern eine zunehmend bes-

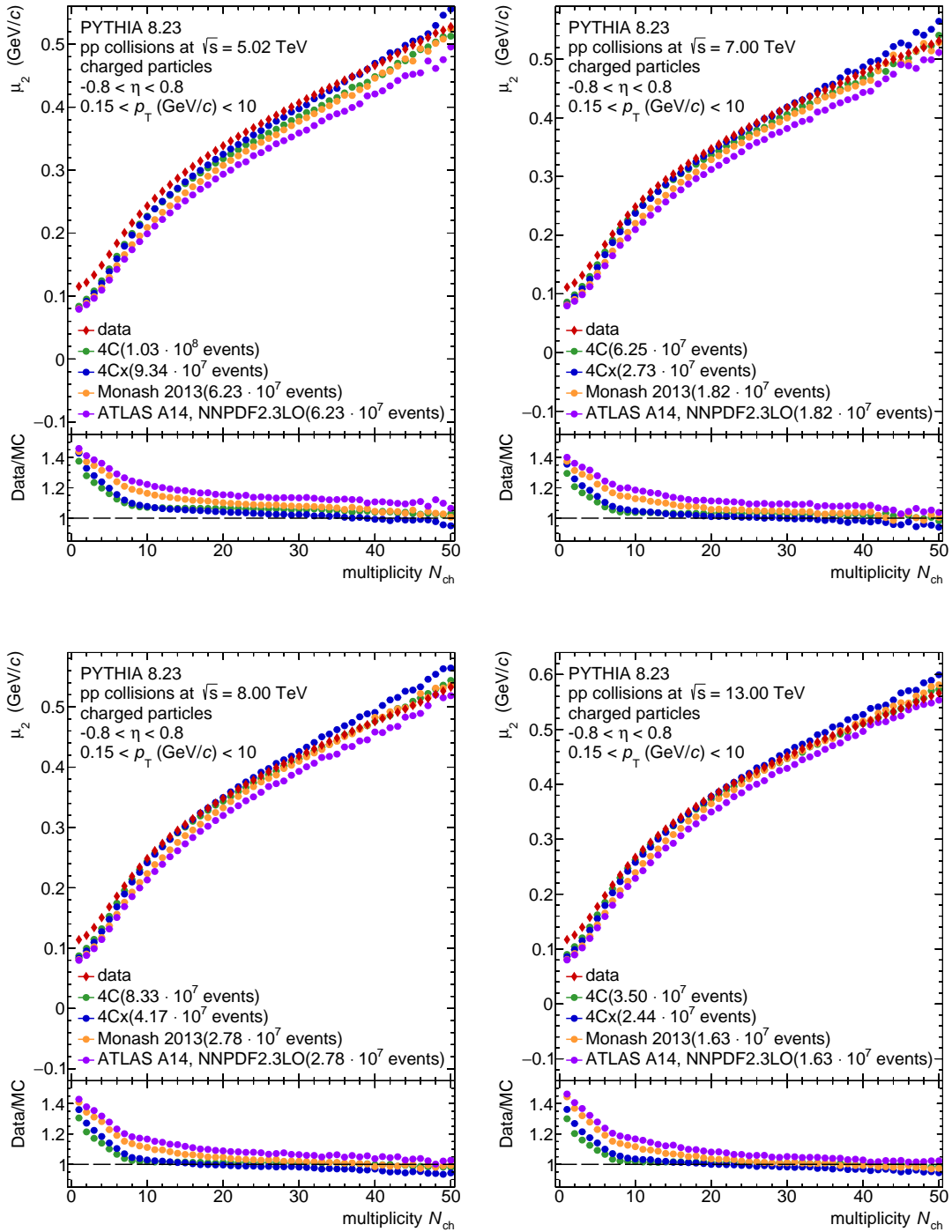


Abbildung 3.8: Varianz in Abhängigkeit der Multiplizität aus Simulationen mit unterschiedlichen Tunes im Vergleich mit gemessenen Daten für unterschiedliche Schwerpunktsenergien

sere Beschreibung der Daten. Dennoch liegen die Varianzen der Tunes weiterhin eher unter denen der Daten.

Aus der vergrößerten Ansicht der Verhältnisse, gezeigt in Abbildung 3.9, erkennt man, dass die Varianz der Tunes ATLAS A14, Monash 2013 und 4Cx einem ähnlichen Verlauf

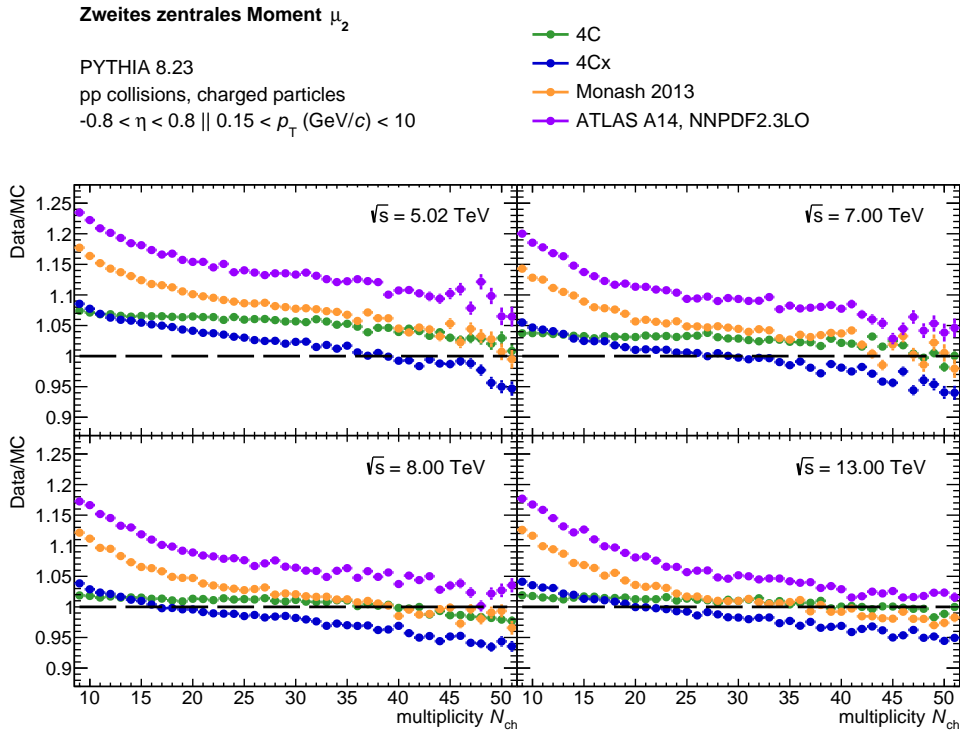


Abbildung 3.9: Vergrößerte Ansicht des Verhältnisses der Varianzverteilungen aus simulierten und gemessenen Daten, gezeigt in Abbildung 3.8

folgt, wie auch schon ihre Mittelwerte. Sie unterscheiden sich vor allem in den Werten der berechneten Varianzen, wohingegen der Anstieg der Varianz mit zunehmender Multiplizität weitestgehend identisch ist. Der Verlauf der Varianzverteilung des Tunes 4C unterscheidet sich hingegen stark von dem der anderen Tunes. Während das Verhältnis der Daten zu den Tunes ATLAS, Monash und 4Cx für alle Schwerpunktsenergien mit steigender Multiplizität abnimmt, bleibt das zum Tune 4C annähernd konstant. Während also der Transversalimpulsbereich, auf den der verfügbare Ausgangsimpuls verteilt wird, in einer Simulation mit den drei erst genannten Tunes mit der Anzahl an entstandenen Teilchen pro Ereignis zu stark anwächst, wird diese Entwicklung durch den Tune 4C fast vollständig korrekt wiedergegeben.

Obwohl die Varianz mit steigender Multiplizität für die Tunes ATLAS A14, Monash 2013 und 4Cx im Vergleich zu den Daten zu stark anwächst, liegen die Varianzen selbst vor allem im Bereich kleiner Multiplizitäten weitestgehend unter denen der Daten. Der verfügbare Impuls wird also auf einen zu kleinen Bereich um seinen Mittelwert verteilt bzw. liegen die einzelnen Transversalimpulse der simulierten Teilchen zu nah beieinander. Für höhere Schwerpunktsenergien nähern sich die Verhältnisse der Tunes ATLAS A14, Monash 2013 und 4C zunehmend der eins an. Das heißt, dass diese Tunes die Verteilung der Transversalimpulse auf die entstandenen Teilchen zunehmend besser beschreiben. Die Varianzen des Tunes 4Cx hingegen entfernt sich mit steigender Schwerpunktsenergie zunehmend von denen der Daten und neigt zunehmend dazu, die Varianz vor allem für hohe Multiplizitäten zu unterschätzen.

Die Verhältnisse zwischen den Varianzen der Daten und der Tunes nehmen mit ansteigender Schwerpunktsenergie zunehmend ab. Daraus lässt sich schließen, dass die Zunahme der Varianzen mit steigender Schwerpunktsenergie in der Simulation im Ver-

gleich zu denen der Daten zu stark ist.

Für kleine Multiplizitäten (8-25) weichen die Varianzen, die aus den mit dem Tune ATLAS A14 simulierten Transversalimpulsverteilungen gebildet wurden, am meisten von denen der Daten ab. Zwar verkleinert sich die Abweichung von 15% bis 24% bei 5,02 TeV auf 7% bis 18% bei 13 TeV Schwerpunktsenergie, allerdings liegen die Tunes 4C und 4Cx mit maximal 8% Abweichung bei 5,02 TeV und maximal 4% bei 13 TeV und der Tune Monash 13 mit 10% bis 18% bzw. 3% bis 13% weit näher an den Daten. Für große Multiplizitäten (26-50) liefert der Tune 4Cx mit maximal 5% Abweichung bei einer Schwerpunktsenergie von 5,02 TeV zunächst die beste Beschreibung der Daten. Obwohl sich die Beschreibung durch den 4Cx-Tune zu steigenden Schwerpunktsenergien mit maximal 7% Abweichung nicht wesentlich verschlechtert, verbessert sich die Beschreibung durch die Tunes Monash 2013 und 4C von ungefähr 7% bei 5,02 TeV derart, dass sie vor allem bei 8 TeV und 13 TeV Schwerpunktsenergie mit maximal 3% Abweichung eine bessere Beschreibung liefern. Die Varianzen des ATLAS-Tunes unterscheiden sich in diesem Bereich bei kleinen Schwerpunktsenergien mit ungefähr 12% bei 5,02 TeV bzw. 8% bei 7 TeV zunächst recht stark von denen der Daten. Zu höheren Schwerpunktsenergien hin liefert er jedoch eine etwa genauso gute Beschreibung wie der 4Cx-Tune.

Eine geringe Varianz bedeutet, dass die einzelnen Werte einer Verteilung nur wenig um den Mittelwert streuen, wohingegen eine große Varianz eine große Streuung bedeutet. Die Varianz kann entweder aus einer gleichmäßigen Streuung um den Mittelwert resultieren oder von extremen, aber seltenen Werten beeinflusst werden. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Statistik in den vorliegenden Verteilungen groß genug ist, um extreme Transversalimpulse als Ursache für die Varianz auszuschließen.

Eine zu geringe Varianz bedeutet also, dass die simulierten Transversalimpulse sich zu dicht um den Mittelwert häufen bzw. die Transversalimpulse der Teilchen zu dicht beieinander liegen. Für eine zu hohe Varianz gilt entsprechend, dass die Transversalimpulse zu weit auseinander liegen.

Diese Tatsache deutet ebenfalls darauf hin, dass die Aufteilung der Transversalimpulse auf die Teilchen eines Ereignisses nicht korrekt wiedergegeben wird.

3.3.3 Das dritte zentrale Moment

In Abbildung 3.10 sind die dritten zentralen Momente der Transversalimpulsverteilungen der gemessenen Daten und der mit den vier oben genannten Tunes simulierten Ergebnisse in zu den Varianzen und Mittelwerten äquivalenter Darstellung gezeigt. Zusätzlich zeigt Abbildung 3.11 eine vergrößerte Ansicht der Verhältnisse zwischen den dritten Momenten der Daten und der Tunes für jede Schwerpunktsenergie, wie sie in Abbildung 3.10 gezeigt sind.

Wie bereits die Verläufe der Verteilungen der Mittelwerte und der Varianzen ähneln sich die der Verteilungen der dritten Momente aller Tunes und der Daten für jede Schwerpunktsenergie. Der Ordinatenabschnitt liegt jeweils bei etwas unter $0,1 \text{ GeV}^3/c^3$. Von da ausgehend folgen die Verteilungen einem relativ gleichmäßigen Anstieg. Lediglich bei kleinen Multiplizitäten von etwa 5 bis 10 nimmt der Anstieg ein wenig zu. Die Verteilung der Daten flacht zusätzlich für hohe Multiplizitäten von 35 bis 50 ein wenig ab. Dieses Verhalten kann bei den Verteilungen der Tunes nicht beobachtet werden.

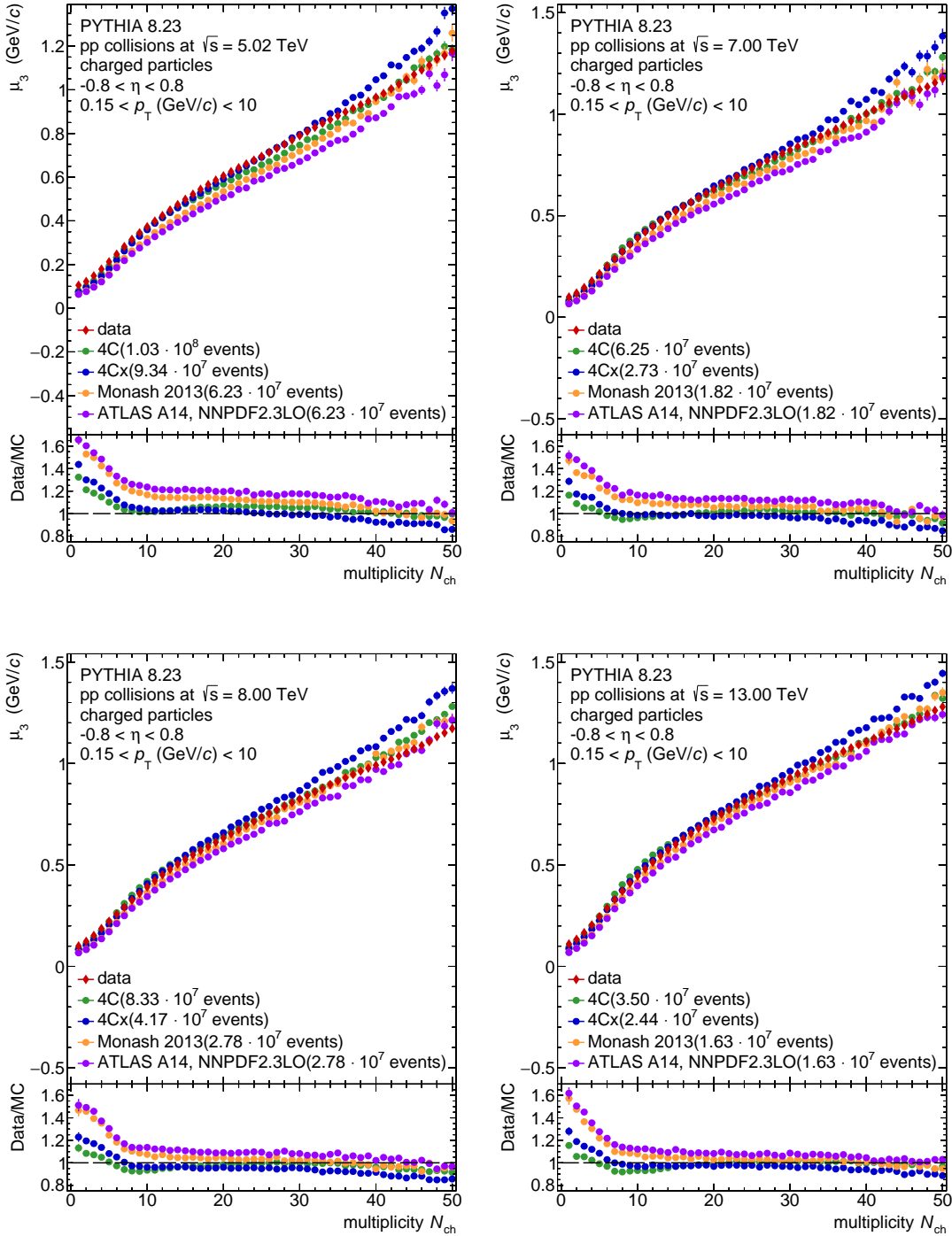


Abbildung 3.10: Drittes zentrales Moment in Abhängigkeit der Multiplizität aus Simulationen mit unterschiedlichen Tunes im Vergleich mit gemessenen Daten für unterschiedliche Schwerpunktsenergien

Insgesamt nimmt der Anstieg der dritten zentralen Momente mit steigender Multiplizität, ähnlich wie der der Varianzen, mit zunehmender Schwerpunktsenergie zu. Bei einer Schwerpunktsenergie von 5,02 TeV wird bei einer Multiplizität von 50 ein drittes zentrales Moment von grob $1,2 \text{ GeV}^3/c^3$ erreicht. Bei 7 TeV und 8 TeV wird bei gleicher

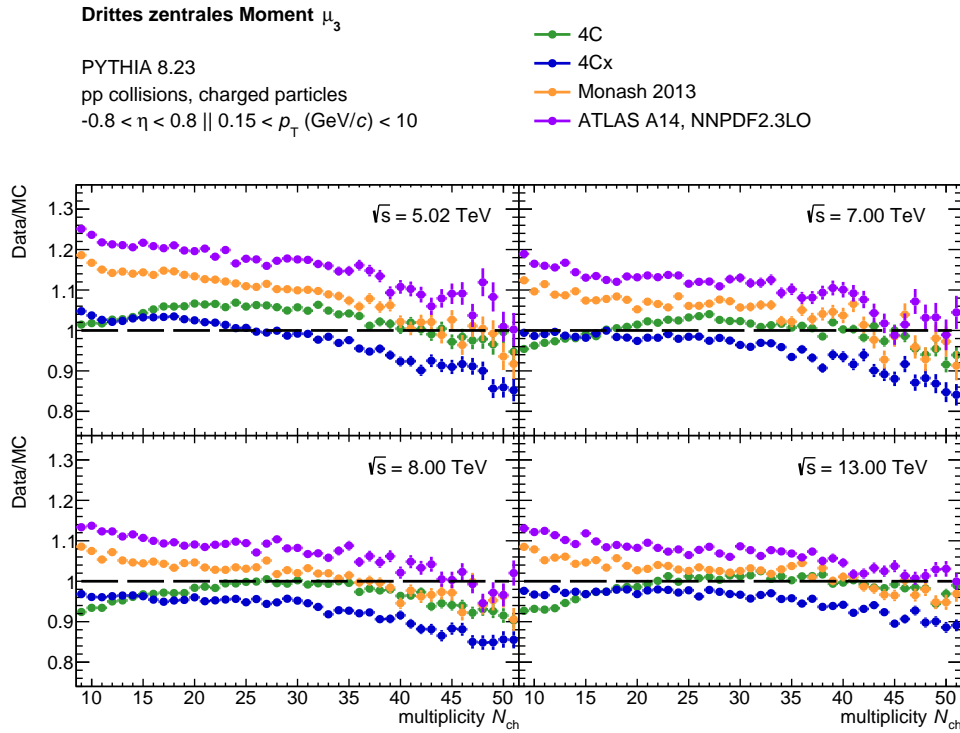


Abbildung 3.11: Vergrößerte Ansicht des Verhältnisses der Verteilungen der vierten zentralen Momente aus simulierten und gemessenen Daten, gezeigt in Abbildung 3.10

Multiplizität ein Wert von $1,25 \text{ GeV}^3/c^3$ und bei 13 TeV Schwerpunktsenergie ein Wert von ungefähr $1,3 \text{ GeV}^3/c^3$. Anhand der Verteilungen selbst sieht es zunächst so aus, als würde die Form des dritten Moments der Daten bei kleinen Multiplizitäten besser beschrieben werden als bei hohen. Die in Abbildung 3.10 unten gezeigten Verhältnissen der Verteilungen der Daten zu denen der Tunes ändern sich jedoch, bis auf große Abweichungen bei sehr kleinen Multiplizitäten (0-8), nicht wesentlich mit steigender Multiplizität.

In der vergrößerten Ansicht der Verhältnisse in Abbildung 3.11 ist zu erkennen, dass die Verhältnisse der dritten Momente der Tunes 4Cx, Monash 2013 und ATLAS A14 zu denen der Daten für Multiplizitäten bis etwa 35 für alle Schwerpunktsenergien annähernd konstant sind. Für 5,02 TeV fallen diese Verhältnisse leicht ab, d.h. der Anstieg des dritten zentralen Momentes wird minimal überschätzt. Für höhere Multiplizitäten fallen die Verhältnisse zwischen den dritten Momenten der Daten und der Tunes hingegen mit zunehmender Multiplizität, wobei die Formen dieser drei Verteilungen weiterhin fast identisch sind. Dies resultiert aus dem gleichbleibenden Anstieg der Verteilungen der Tunes in diesem Bereich, während die Verteilungen der Daten, wie bereits erwähnt, in diesem Bereich leicht abflacht. Diese drei Tunes verursachen also, dass die Anzahl der Teilchen, die mit einem Transversalimpuls kleiner als der Mittelwert simuliert werden, in diesem Multiplizitätsbereich zu stark zunimmt. Die Form der Verteilung des 4C-Tunes unterscheidet sich für die dritten zentralen Momente ebenfalls stark von denen der anderen Tunes. Für alle Schwerpunktsenergien überschätzt dieser Tune das dritte zentrale Moment für kleine Multiplizitäten (8-25) zunächst. Zusätzlich steigt die Verteilung im Vergleich zu den Daten in diesem Bereich zu schwach an. Für mittlere Multiplizitäten (26-37) ist das entsprechende Verhältnis, wie das der anderen Tunes,

annähernd konstant. Für hohe Multiplizitäten (38-50) geht der Verlauf der Verhältnisse der dritten Momente in den für die anderen Tunes über. Insgesamt wird der Anstieg des dritten Momentes mit steigender Multiplizität für alle Schwerpunktsenergien von allen vier Tunes in etwa gleich gut beschrieben, wobei der Anstieg für kleine Multiplizitäten durch den 4C-Tune unter- und durch die drei anderen Tunes überschätzt wird.

Die Verhältnisse der Tunes 4C, Monash 2013 und ATLAS A14 nehmen mit steigender Schwerpunktsenergie tendenziell eher ab, der Anstieg des dritten zentralen Momentes mit der Schwerpunktsenergie wird also von diesen drei Tunes zu stark eingeschätzt. Das Verhältnis des 4Cx-Tunes nimmt hingegen mit steigender Schwerpunktsenergie zu, durch ihn wird der Anstieg also zu schwach eingeschätzt. Dieser Unterschied liegt möglicherweise in der unterschiedlichen Beschreibung der räumlichen Ausdehnung der Partonen in den stoßenden Protonen. Während diese bei einer Simulation mit dem Tune 4Cx vom Impulsanteil x des Protons abhängt, den das Parton trägt, ist er bei Simulationen mit den anderen Tunes konstant. Insbesondere unterscheiden sich die Tunes 4C und 4Cx nur durch diese Eigenschaft.

Für eine Schwerpunktsenergie von 5,02 TeV liegt der 4Cx-Tune mit einer Abweichung von maximal 3% bis zu einer Multiplizität von etwa 35 am nächsten an den Daten. Der ATLAS-Tune liegt mit ungefähr 18% bis 23% am weitesten entfernt. Die anderen beiden Tunes Monash 2013 und 4C liegen zwischen den beiden oben genannten Tunes. Für Multiplizitäten über 35 hingegen beschreiben die Tunes Monash 2013 und 4C die Daten mit ungefähr 2% am besten. Für kleine Multiplizitäten (8-18) weicht der Tune 4Cx mit etwa 0,5% bis 2% auch für höhere Schwerpunktsenergien am wenigsten von den Daten ab. Bei einer Schwerpunktsenergie von 7 TeV beschreiben der 4C- und der 4Cx-Tune die Daten mit ungefähr 2% Abweichung in einem Multiplizitätsintervall von 19 bis 43 am besten. Für hohe Schwerpunktsenergien weichen die dritten Momente des Monash- und des 4C-Tunes mit ungefähr 2% nur wenig von denen der Daten ab. Der ATLAS-Tune liegt mit bis zu 20% bei 7 TeV bzw. bis zu 12% Abweichung bei 8 TeV und 13 TeV Schwerpunktsenergie bei Multiplizitäten bis zu 40 weit ab von der Messung. Für sehr hohe Multiplizitäten ab 45 liegt dessen Abweichung mit maximal 3% hingegen unter denen der anderen Tunes.

Aus einem kleinen dritten Moment folgt für eine rechtsschiefe Verteilung, wie die der Transversalimpulse, dass sich die Teilchen nahe am Mittelwert häufen. Für ein großes drittes Moment folgt dementsprechend, dass sich die Teilchen weit vom Mittelpunkt entfernt häufen. Für die Tunes 4C, Monash 2013 und ATLAS A14 bedeutet das, dass der Bereich in dem sich die Transversalimpulse häufen näher am Mittelwert liegt, als der für die gemessenen Transversalimpulsverteilungen. Da die Varianz für diese Tunes tendenziell zu gering ist, kann ausgeschlossen werden, dass das dritte zentrale Moment durch einzelne Teilchen mit zu hohen Transversalimpulsen nach oben verschoben wird. Es kann also davon ausgegangen werden, dass die Transversalimpulse der simulierten Teilchen zu nah aneinander liegen, wie bereits aus der Varianz hervorgeht.

Dies bestätigt ebenfalls die Annahme, dass die Aufteilung der Transversalimpulse auf die simulierten Teilchen nicht korrekt erfolgt.

3.3.4 Das vierte zentrale Moment

Zuletzt wird zum Vergleich der Transversalimpulsverteilungen der gemessenen Daten und der Ergebnisse einer Simulation mit den vier verschiedenen Tunes Monash 2013, ATLAS A14, 4C und 4Cx zusätzlich zu den bereits diskutierten Mittelwerten, Varianzen

und dritten zentralen Momenten das vierte zentrale Moment betrachtet. Die zu den oben genannten Größen äquivalente Darstellung des vierten zentralen Momentes ist in Abbildung 3.12 zu sehen. Die dort gezeigten Verhältnisse der berechneten Größen der Transversalimpulsverteilungen der Daten und der Tunes sind in vergrößerter Form in Abbildung 3.13 abgebildet.

Das vierte zentrale Moment der Daten und der Tunes steigt für alle Schwerpunktsenergien ab etwas über $0 \text{ GeV}^4/c^4$ bis hin zu ungefähr $6 \text{ GeV}^4/c^4$ an. Der Anstieg verläuft für alle Schwerpunktsenergien annähernd linear. Bei kleinen Schwerpunktsenergien um 10 herum wächst das vierte zentrale Moment kurzzeitig etwas stärker mit der Multiplizität an. Nach wenigen Multiplizitätsschritten flacht der Anstieg allerdings wieder ab. Während der Anstieg für das vierte zentrale Moment der Daten mit zunehmenden Multiplizitäten vollständig gleichmäßig verläuft, nimmt er für die vierten zentralen Momente der Tunes ab einer Multiplizität von ungefähr 32 leicht zu. Der Anstieg der vierten zentralen Momente ändert sich sowohl für die der Tunes als auch für die der Daten mit steigender Schwerpunktsenergie nicht wesentlich.

Über den gesamten Multiplizitätsbereich, ausgenommen sehr kleine Multiplizitäten (0-8), wird der Anstieg des vierten zentralen Momentes der Daten mit zunehmender Multiplizität durch die vier Tunes sehr gut wiedergegeben, wie aus den Verhältnissen zwischen Daten und Tunes abgelesen werden kann.

In der vergrößerten Ansicht dieser Verhältnisse, gezeigt in Abbildung 3.13, erkennt man, dass die Verhältnisse zwischen den vierten zentralen Momenten der Tunes 4Cx, Monash 2013 und ATLAS A14 für Multiplizitäten bis ungefähr 32 für alle Schwerpunktsenergien annähernd konstant ist. In diesem Bereich wird der Anstieg der Verteilung durch diese drei Tunes sehr gut wiedergegeben. Für höhere Multiplizitäten fallen die oben genannten Verhältnisse leicht ab. Wie bereits erwähnt, verläuft die Verteilung der vierten Momente der Daten in diesem Multiplizitätsintervall gleichmäßig, während die Verteilungen der Tunes leicht ansteigen. Der Anstieg des vierten Momentes wird in diesem Bereich durch die drei Tunes also überschätzt. Insgesamt verlaufen die Verhältnisse der Tunes 4Cx, Monash und ATLAS annähernd parallel, wie bereits bei den Mittelwerten, den Varianzen und den dritten zentralen Momenten. Sie geben den Anstieg des vierten zentralen Momentes mit steigender Multiplizität also gleich gut wieder. Die Form des Verhältnisses der Daten zum 4C-Tune unterscheidet sich für kleine Multiplizitäten bis etwa 22 recht stark von denen der anderen drei Tunes. Während diese den Anstieg der Verteilung in diesem Bereich annähernd perfekt wiedergeben, unterschätzt der 4C-Tune den Anstieg in diesem Bereich. Für höhere Multiplizitäten ab 23 folgt der Verlauf des Verhältnisses der Daten zum Tune 4C ungefähr dem der anderen Tunes. Über den gesamten Multiplizitätsbereich (8-50) betrachtet lassen sich keine wesentlichen Unterschiede in der Qualität der Beschreibung des Anstiegs der vierten zentralen Momente mit steigender Multiplizität feststellen. Die Beschreibung der Form ist durch alle vier Tunes also in etwa gleich gut.

Mit steigender Schwerpunktsenergie sinken die Verhältnisse der vierten zentralen Momente der Tunes ATLAS A14 und Monash 2013 zu denen der Daten. Der Anstieg dieser Momente mit der Schwerpunktsenergie wird also von diesen Tunes zu stark eingeschätzt. Das Verhältnis zum Tune 4C bleibt für alle Schwerpunktsenergien ungefähr konstant. Dieser Tune gibt den Anstieg also richtig wieder. Das Verhältnis zum Tune 4Cx hingegen nimmt von 5,02 TeV bis 8 TeV zunächst ab und steigt anschließend bei 13 TeV Schwerpunktsenergie wieder an. Der Anstieg des vierten zentralen Moments mit der Schwerpunktsenergie wird durch diesen Tune also zunächst über- und anschließend unterschätzt.

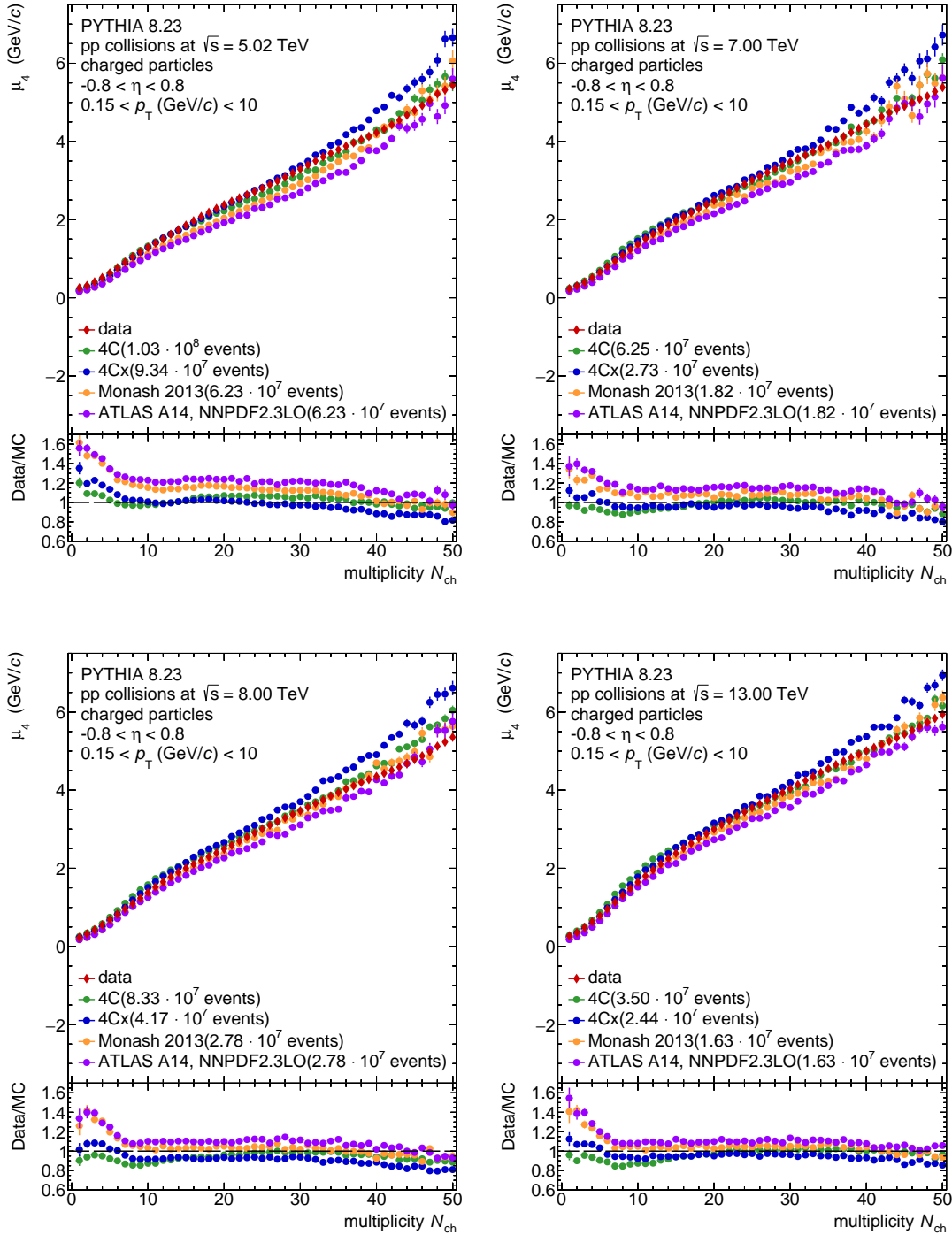


Abbildung 3.12: Viertes zentrales Moment in Abhängigkeit der Multiplizität aus Simulationen mit unterschiedlichen Tunes im Vergleich mit gemessenen Daten für unterschiedliche Schwerpunktsenergien

Anfangen bei 5,02 TeV werden die Daten bei kleinen Multiplizitäten (8-18) durch den 4Cx- und den 4C-Tune mit maximal 2% Abweichung in etwa gleich gut beschrieben. Die Abweichung des ATLAS-Tunes liegt in diesem Bereich mit ungefähr 21% weit über

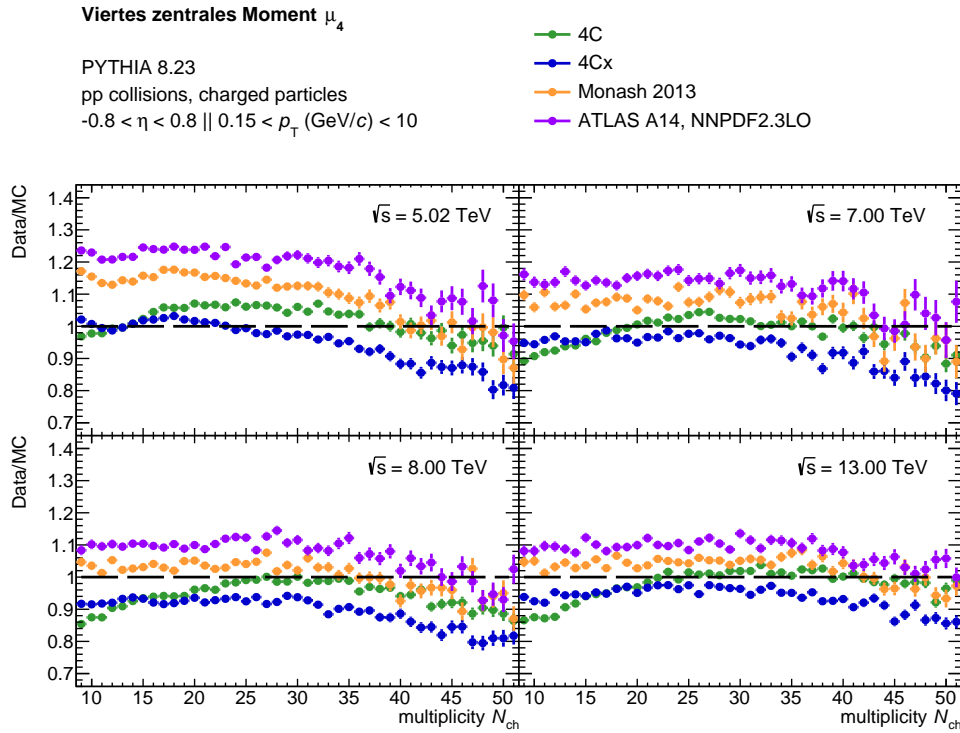


Abbildung 3.13: Vergrößerte Ansicht des Verhältnisses der Verteilungen der vierten zentralen Momente aus simulierten und gemessenen Daten, gezeigt in Abbildung 3.12

denen der anderen Tunes. Für mittlere Multiplizitäten (19-35) behält der 4Cx-Tune die Abweichung von maximal 2% bei und liefert somit die beste Beschreibung der Daten. Für höhere Multiplizitäten ab 36 liegen die Tunes Monash 2013 und 4C mit rund 3% Abweichung im Rahmen der Fehler in etwa gleich nah an den Daten. Der 4Cx-Tune liefert in diesem Bereich mit bis zu 20% Abweichung die schlechteste Beschreibung der Messung. Für höhere Schwerpunktsenergien liegt der 4C Tune mit maximal 3% Abweichung im Bereich mittlerer bis hoher Multiplizitäten (23-50) etwas näher an der Verteilung der vierten zentralen Momente als der Monash 2013 Tune. Der 4Cx- und der ATLAS-Tune beschreiben die Messung in diesem Bereich mit bis zu 20% Abweichung für 7 TeV und ungefähr 10% Abweichung für 8 TeV und 13 TeV Schwerpunktsenergie im Vergleich zu den anderen beiden Tunes in etwa gleich schlecht. Für kleine Multiplizitäten im Bereich von 8 bis 22 ist die Beschreibung durch die vier Tunes für die höheren Schwerpunktsenergien in etwa ausgeglichen. Lediglich der Monash-Tune liegt mit ungefähr 2% Abweichung für die Schwerpunktsenergien 8 TeV und 13 TeV etwas näher an der Verteilung der Daten als die anderen Tunes.

In der Berechnung der vierten zentralen Momente liefern die Ordinaten, deren Differenz zum Mittelwert am größten ist, den höchsten Beitrag. Für die hier betrachteten Transversalimpulsverteilungen beschreibt das vierte zentrale Moment daher hauptsächlich den Bereich hoher Transversalimpulse. Die Simulationen mit den Tunes Monash 2013 und ATLAS A14 simulieren also nicht genügend Teilchen mit hohen Transversalimpulsen, während im 4Cx-Tune zu viele simuliert werden. Da die einzelnen Transversalimpulse mit der vierten Potenz in die Berechnung des vierten Moments eingehen, kann der Unterschied zwischen den Daten und den Tunes bereits durch wenige Teilchen verursacht

werden, die in der Simulation einen falschen Impuls bekommen. Diese Folgerung deckt sich mit der Annahme, dass die Aufteilung der Transversalimpulse auf die simulierten Teilchen die Ursache für die Abweichungen zwischen den Transversalimpulsverteilungen ist.

3.3.5 Fazit

Insgesamt wird die Form der Transversalimpulsverteilungen in Proton-Proton-Kollisionen unter Verwendung der Tunes Monash 2013 und 4C vor allem bei mittleren bis hohen Multiplizitäten gut durch eine Simulation wiedergegeben. Während die Mittelwerte der beiden simulierten Verteilungen bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie dicht an dem der gemessenen Verteilung liegt und die Abweichungen zwischen der Simulation und der Messung mit steigender Schwerpunktsenergie zunimmt, wird die Streuung der einzelnen Transversalimpulse um den Mittelwert und ihre Häufungsbereiche mit steigender Schwerpunktsenergie zunehmend besser in der Simulation wiedergegeben. Das deutet darauf hin, dass bei kleinen Schwerpunktsenergien vor allem die Aufteilung des Ausgangsimpulses auf die entstandenen Teilchen die Unterschiede in den gemessenen und den simulierten Transversalimpulsverteilungen verursacht. Mit steigenden Schwerpunktsenergien hingegen liegt die Ursache voraussichtlich eher darin, dass zu wenig Teilchen simuliert werden.

Die Verteilungen die unter Verwendung des 4Cx-Tunes simuliert wurden weichen bei niedrigen Schwerpunktsenergien für mittlere bis hohe und für hohe Schwerpunktsenergien für niedrige Multiplizitäten nur wenig von den gemessenen Verteilungen ab. In den anderen Bereichen ist die Abweichung dagegen vergleichsweise groß. Die Entwicklung der Mittelwerte mit steigender Schwerpunktsenergie ist für diesen Tune ähnlich wie die des Monash- und des 4C-Tunes. Die höheren zentralen Momente weichen ebenfalls mit steigender Schwerpunktsenergie zunehmend mehr von den gemessenen Verteilungen ab. Aus diesem Verlauf lässt sich schließen, dass die Abweichung aus einer Mischung der beiden oben genannten Problematiken entsteht.

Die Momente der Verteilungen des ATLAS-Tunes folgen dem umgekehrten Verlauf des 4Cx-Tunes. Für kleine Schwerpunktsenergien und kleine Multiplizitäten ist die Abweichung zwischen den Momenten der Verteilungen dieses Tunes und den Daten groß und wird mit steigender Schwerpunktsenergie und Multiplizität kleiner. Es gelten dieselben Schlussfolgerungen, wie bereits beim 4Cx-Tune.

Eine mögliche Ursache dafür, dass die Multiplizitäten der Ereignisse in der Simulation nicht mit der Messung übereinstimmen, könnte die Skala sein, an der der Partonschauer in die Hadronisierung übergeht. Für höhere Werte der Hadronisierungsskala spalten sich die Gluonen des Partonschauers mit höheren Transversalimpulsen in Quark-Antiquark-Paare, was dementsprechend in weniger Teilchen mit jeweils höheren Impulsen resultiert.

Die Problematik der Aufteilung der Transversalimpulse auf die einzelnen entstanden Teilchen, kann nur in der Hadronisierung liegen, da sowohl der elementare Prozess, als auch der Partonschauer vollständig mithilfe der Wirkungsquerschnitte simuliert werden können. Dabei können entweder die erzeugten Quarksorten oder die Zusammensetzung einzelner Quarks zu Hadronen eine Abweichung in den Transversalimpulsverteilungen gegenüber der Daten verursachen. Einerseits sind Gluonen masselos und erhalten daher ihre gesamte Energie über ihren Impuls. Geht mehr Energie in die Massen der entstehenden Quark-Antiquark-Paare über, sind entsprechend ihre Impulse kleiner. Andererseits setzt sich der Gesamttransversalimpuls eines Hadrons, aus den Transversalimpulsen seiner Quarks bzw. Antiquarks zusammen. Wenn die Transversalimpulse tendenziell an-

ders zusammengesetzt werden, als es in einer realen Kollision der Fall wäre, resultieren ebenfalls Abweichungen zwischen den gemessenen und den simulierten Transversalimpulsverteilungen.

Auffällig ist zusätzlich, dass die Momente der Tunes 4Cx, Monash 2013 und ATLAS dieselbe Form haben und nur in ihren Werten gegeneinander verschoben sind, während der Tune 4C eine sehr verschiedene Form hat. Allerdings unterscheiden sich die Tunes 4C und 4Cx lediglich in der verwendeten effektiven räumlichen Darstellung der Partonen innerhalb der Protonen. Wobei in den Tunes 4C, Monash 2013 und ATLAS jeweils dieselbe Darstellung verwendet wird. Der Tune 4Cx nimmt an, dass die effektive räumliche Ausdehnung der Partonen von ihrem getragenen Impulsanteil x abhängt. Die anderen drei Tunes nehmen diese dagegen als konstant an. Man geht davon aus, dass die x -abhängige räumliche Ausdehnung eher der Realität entspricht. Dies lässt den Schluss zu, dass die Tunes Monash 2013 und ATLAS A14 die fehlende x -Abhängigkeit durch ihre anderen Parameter zumindest in Bezug auf die Form der Verteilung weitestgehend kompensieren können.

4 Einführung einer Vergleichsgröße

Im vorherigen Kapitel wurden die Verteilungen, die durch die Simulation mit den vier verschiedenen Tunes Monash 2013, ATLAS A14, 4Cx und 4C bei den vier Schwerpunktsenergien 5,02 TeV, 7 TeV, 8 TeV, 13 TeV entstanden sind, hinsichtlich ihrer Form untereinander und mit den Daten verglichen. Dazu wurden nacheinander die Mittelwerte, Varianzen, dritten und vierten Momente der Daten und der simulierten Verteilungen analysiert und verglichen.

Damit nun zusätzlich betrachtet werden kann, wie gut die Realität durch eine Simulation mit jedem der vier Tunes wiedergegeben wird, wird eine Größe eingeführt, die die Abweichung zwischen den Verteilungen der Tunes und der Daten quantifiziert. Anschließend wird diese Größe für jeden der vier Tunes berechnet, sodass diese miteinander verglichen werden können.

Als Größe, die die Abweichung zwischen zwei beliebigen Verteilungen, wie beispielsweise Mittelwerte oder Varianzen, quantifiziert, wurde die mittlere quadratische Differenz zwischen der entsprechenden Größe ξ der Daten und der Tunes in einem Multiplizitätsintervall $[N_{min}, N_{max}]$ gewählt:

$$\langle (\xi_{data} - \xi_{tune})^2 \rangle = \frac{1}{N_{max} - N_{min}} \sum_{n=N_{min}}^{N_{max}} (\xi_{n,data} - \xi_{n,tune})^2 \quad (4.1)$$

Der Index *data* bzw. *tune* bezeichnet dabei, dass es sich um die entsprechende Größe der Daten bzw. der Tunes handelt. Diese Wahl für die Größe, die die Abweichung zwischen zwei Verteilungen quantifiziert (im Folgenden Vergleichsgröße), hat zwei Vorteile. Zum einen sind die Beiträge für jede Multiplizität immer positiv oder gleich null. Dadurch können sich positive und negative Differenzen nicht gegenseitig kompensieren, sodass symmetrische Schwankungen der einen Größe um die andere nicht zu einer kleineren Vergleichsgröße führen als nicht symmetrische.

Zum anderen tragen hohe Werte mehr zur Vergleichsgröße bei als niedrige. Einerseits werden Ausreißer dadurch stärker gewichtet. Aus den Verteilungen der Mittelwerte und der zentralen Momente der Daten, wie sie in den Kapiteln 3.1 und 3.3 gezeigt wurden, lässt sich erkennen, dass die Verteilungen für alle Schwerpunktsenergien bei ausreichend Statistik eher glatt verlaufen und Ausreißer daher unphysikalisch sind. Die verwendete Vergleichsgröße sollte daher für Momentverteilungen, die Ausreißer enthalten, tendenziell größer sein als für solche, die keine enthalten.

Andererseits wird die Form der Verteilung ebenfalls in der Vergleichsgröße berücksichtigt. Ähneln sich die Verteilungen, die in die Vergleichsgröße eingehen, in ihrer Form stark, liefert jede Multiplizität einen ungefähr konstanten Beitrag. Ähneln sich die Formen der Verteilungen hingegen nur wenig oder gar nicht, werden Beiträge, bei denen die Verteilungen weit auseinanderliegen, stärker gewichtet als die, bei denen die Verteilungen

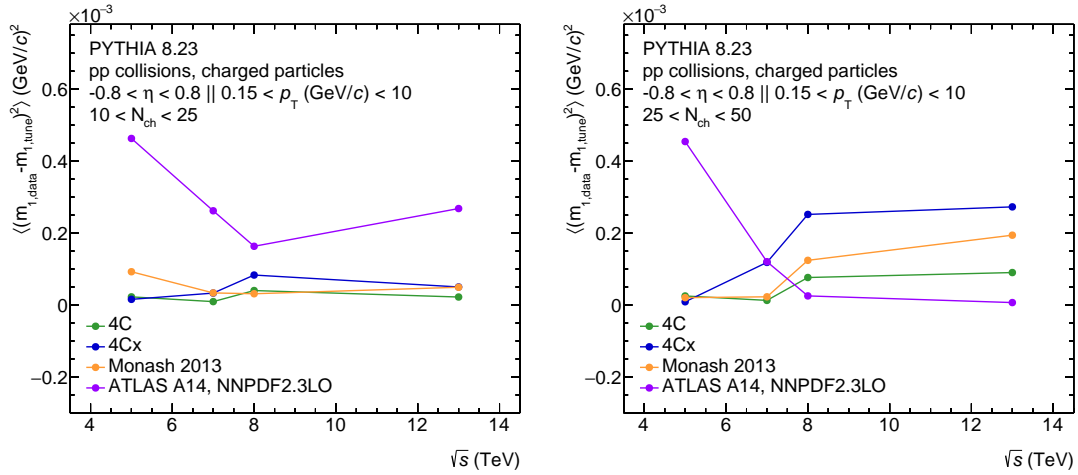


Abbildung 4.1: Mittlere quadratische Abweichung der Mittelwerte der jeweiligen Tunes zu den Mittelwerten der Daten in einem Multiplizitätsintervall von 10 bis 25 (links) und 25 bis 50 (rechts)

lungen nahe beieinander liegen.

4.1 mittlere quadratische Abweichung

Die im Folgenden betrachteten Vergleichsgrößen wurden für alle Momente jeweils für jede Schwerpunktsenergie in zwei unterschiedlichen Multiplizitätsintervallen gebildet. Betrachtet werden kleine Multiplizitäten im Bereich von 10 bis 25 und große Multiplizitäten im Bereich von 25 bis 50, Gezeigt sind die Vergleichsgrößen in den Abbildungen 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 jeweils für die Mittelwerte, die Varianzen, die dritten und die vierten Momente in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie. In den Abbildungen sind links jeweils die kleinen und rechts die großen Multiplizitäten gezeigt.

Angefangen bei kleinen Multiplizitäten liegen die Größen zum Vergleich der Mittelwerte, gezeigt in Abbildung 4.1 für die Tunes Monash 2013, 4C und 4Cx dicht beieinander. Die Vergleichsgröße (im Folgenden auch Abweichung) bleibt für den Tune 4C über alle Schwerpunktsenergien hinweg annähernd konstant. Der Tune 4Cx liegt bei 5,02 TeV knapp unter dem Tune 4C, für höhere Schwerpunktsenergien bis 8 TeV steigt die Vergleichsgröße für diesen Tune zunächst leicht an und fällt zu 13 TeV hin wieder ab. Der Mittelwert des Monash-Tunes weicht für eine Schwerpunktsenergie von 5,02 TeV vergleichsweise weit von der Verteilung der Daten ab. Von da ausgehend fällt die Vergleichsgröße für diesen Tune bei 7 TeV zunächst auf denselben Wert wie der 4Cx-Tune und anschließend bei 8 TeV etwas unter den des 4C-Tunes. Für 13 TeV steigt der Wert wieder leicht an und entspricht in etwa dem des 4Cx-Tunes an dieser Stelle. Der ATLAS-Tune liegt bei kleinen Schwerpunktsenergien, wie bereits in den vorigen Kapiteln diskutiert, weit von der Messung entfernt. Zu hohen Schwerpunktsenergien verbessert sich die Beschreibung durch diesen Tune bei kleinen Multiplizitäten nicht nennenswert.

Bei großen Multiplizitäten liegen die Vergleichsgrößen der Tunes 4C, 4Cx und Monash 2013 bei einer Schwerpunktsenergie von 5,02 TeV in etwa in einem Punkt. Zu höheren

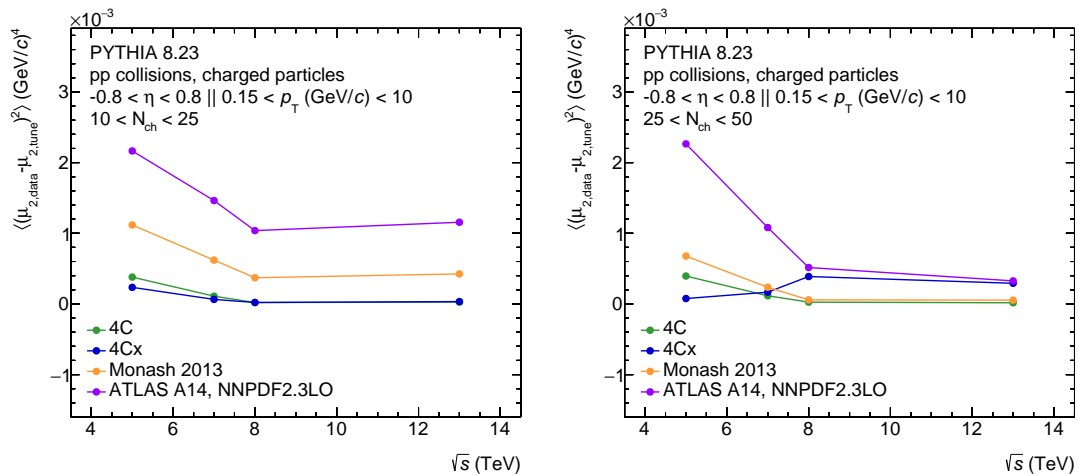


Abbildung 4.2: Mittlere quadratische Abweichung der Varianz der jeweiligen Tunes zu der Varianz der Daten in einem Multiplizitätsintervall von 10 bis 25 (links) und 25 bis 50 (rechts)

Schwerpunktsenergien hin steigen die Werte der Vergleichsgröße für die drei Tunes an. Wobei die Werte für die Tunes 4C und Monash 2013 bei 7 TeV zunächst annähernd unverändert bleiben. Von da ausgehend steigen der 4C-Tune und der Monash-Tune bis zu 13 TeV Schwerpunktsenergie hin an. Der 4Cx-Tune steigt hingegen schon bei 7 TeV bis 8 TeV stark an, der Anstieg bis hin zu 13 TeV Schwerpunktsenergie ist vergleichsweise eher flach. Der ATLAS-Tune hingegen startet bei einer großen Abweichung und fällt zu höheren Schwerpunktsenergien bis 13 TeV hin stark ab.

Für die Verteilungen der Varianz, gezeigt in Abbildung 4.2 liegt die Vergleichsgröße der Tunes 4C und 4Cx bei kleinen Multiplizitäten weit unter denen der anderen Tunes. Von kleinen Schwerpunktsenergien ausgehend, fallen die Abweichungen zu höheren Schwerpunktsenergien hin auf fast $0 \text{ GeV}^4/c^4$ bei 13 TeV ab. Die Abweichung für den Tune Monash 2013 liegt bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie zunächst vergleichsweise und fällt mit steigender Schwerpunktsenergie stark ab. Die Vergleichsgröße des ATLAS-Tunes fällt von sehr hohen Abweichungen bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie ebenfalls stark ab, liegt damit jedoch bei 13 TeV Schwerpunktsenergie dennoch weit über den anderen Tunes.

Für höhere Multiplizitäten liegt die Abweichung der Tunes Monash 2013 und 4C bei 5,02 TeV zunächst über der des 4Cx-Tunes bei. Zu höheren Schwerpunktsenergien hin fallen die Werte der Vergleichsgröße für die Tunes 4C und Monash 2013 zunächst leicht ab, wobei der für des 4Cx-Tunes leicht ansteigt, sodass die Abweichung drei Tunes bei 7 TeV ungefähr in einem Punkt liegen. Von da ausgehend fallen die beiden erst genannten Tunes bis 8 TeV weiter ab und bleiben anschließend bis 13 TeV annähernd konstant. Der 4Cx-Tune steigt bis 8 TeV Schwerpunktsenergie zunächst weiter an und fällt zu 13 TeV wieder leicht ab. Der ATLAS-Tune hingegen fällt von einem Wert weit über denen der anderen Abweichungen stark auf bis 8 TeV ab, wobei fast dieselbe Abweichung wie die des 4Cx-Tunes erreicht wird. Anschließend fällt die Abweichung bis 13 TeV leicht ab.

Das dritte zentrale Moment weist für die Tunes 4Cx und 4C bei kleinen Multiplizitäten über alle Schwerpunktsenergien hinweg einen näherungsweise konstanten Wert auf,

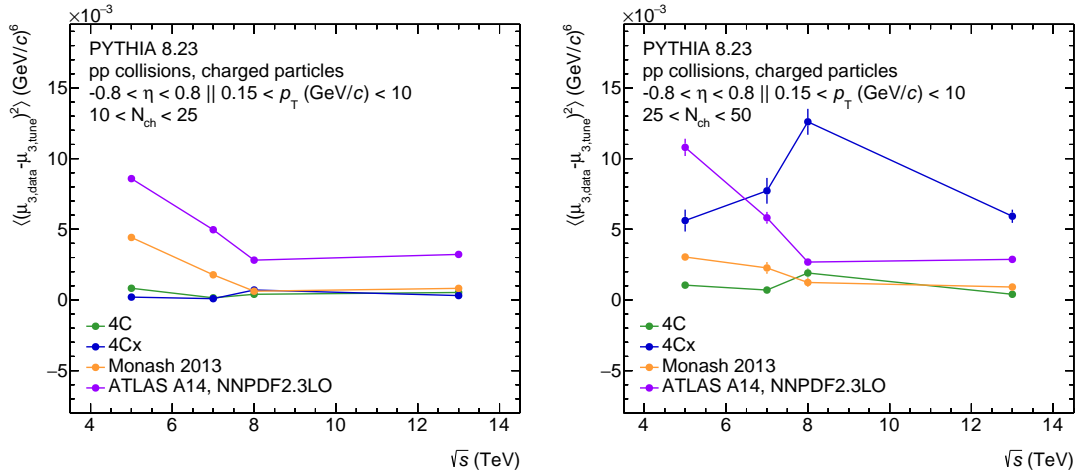


Abbildung 4.3: Mittlere quadratische Abweichung des dritten zentralen Moments der jeweiligen Tunes zu dem der Daten in einem Multiplizitätsintervall von 10 bis 25 (links) und 25 bis 50 (rechts)

vergleiche Abbildung 4.3. Die Abweichung des Monash-Tunes ist bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie dagegen zunächst recht groß. Mit steigender Schwerpunktsenergie fällt die Abweichung auf ungefähr denselben Wert wie die des 4Cx und 4C Tunes ab und bleibt bis 13 TeV konstant. Der ATLAS-Tune weicht bei 5,02 TeV in diesem Multiplizitätsbereich stark von der Verteilung der Daten ab und fällt bis 8 TeV vergleichsweise stark ab und bleibt anschließend bis 13 TeV konstant. Wobei die Abweichung des ATLAS-Tunes weiterhin weit über der der Daten liegt.

Im Bereich großer Multiplizitäten bleibt die Abweichung des 4C-Tunes, mit Ausnahme der Abweichung bei 8 TeV Schwerpunktsenergie, ungefähr konstant. Die Abweichung des Tunes Monash 2013 liegt für die Schwerpunktsenergien 5,02 TeV und 7 TeV über der des 4C-Tunes. Für 8 TeV und 13 TeV fällt sie jedoch auf ungefähr denselben Wert wie die des 4C-Tunes ab. Der 4Cx-Tune steigt von einer bereits großen Abweichung bei 5,02 TeV bis 8 TeV weiter an und fällt zu 13 TeV hin wiederum stark ab. Die Abweichung des Tunes liegt dennoch weit über der der anderen. Die sehr große Abweichung des ATLAS-Tunes bei 5 TeV Schwerpunktsenergie fällt dagegen bis 8 TeV stark ab und bleibt anschließend näherungsweise konstant.

Abschließend ist in Abbildung 4.4 die Vergleichsgröße für das vierte zentrale Moment der vier Tunes in den zwei Multiplizitätsintervallen gezeigt. Für kleine Multiplizitäten liegen die Abweichungen für die vier Tunes, vor allem für hohe Schwerpunktsenergien, nahe beieinander. Die Vergleichsgröße für die Tunes 4C und 4Cx liegt, über alle Schwerpunktsenergien gemessen, am niedrigsten. Die Abweichung des Monash-Tunes fällt von 5,02 TeV auf denselben Wert bei 8 TeV und 13 TeV ab, wie die Tunes 4C und 4Cx. Der ATLAS-Tune liegt zunächst bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie wieder deutlich über den anderen Tunes, fällt zu höheren Schwerpunktsenergien allerdings bis 8 TeV auf denselben Wert, der auch von den anderen drei Tunes eingenommen wird ab, und bleibt anschließend bis 13 TeV konstant. Im Intervall höherer Multiplizitäten liegen die Vergleichsgrößen für die vier Tunes insgesamt weiter auseinander. Die Abweichung des 4Cx-Tunes von den Daten liegt bei 5,02 TeV Schwerpunktsenergie weit über denen der Tunes 4C und Monash 2013. Von da ausgehend steigt die Abweichung bis 8 TeV

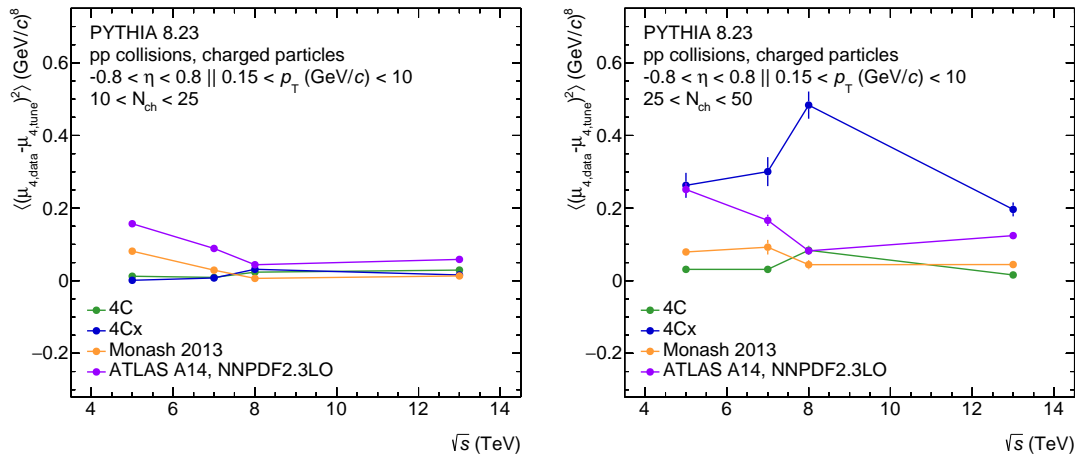


Abbildung 4.4: Mittlere quadratische Abweichung des vierten zentralen Moments der jeweiligen Tunes zu dem der Daten in einem Multiplizitätsintervall von 10 bis 25 (links) und 25 bis 50 (rechts)

zusätzlich an und fällt anschließend bis wieder 13 TeV etwas unter den Ausgangswert wieder ab. Die anderen drei Tunes liegen deutlich unter dem 4Cx-Tune. Der ATLAS-Tune hat bei 5,02 TeV in etwa denselben Wert wie der 4Cx-Tune, fällt anschließend jedoch zu 13 TeV Schwerpunktsenergie hin stark ab und liegt anschließend nur leicht über dem 4C- und dem Monash 2013-Tune. Über alle Schwerpunktsenergien hinweg gesehen liefert der 4C Tune, mit einer annähernd konstanten Abweichung, die beste Beschreibung der Daten. Lediglich zu 8 TeV hin steigt die Abweichung leicht an und fällt anschließend wieder. Die Abweichung des Monash-Tune liegt mit bei 5,02 TeV und 7 TeV, sowie bei 13 TeV Schwerpunktsenergien etwas über der des 4C-Tunes. Für 8 TeV liegt sie hingegen leicht unter der des 4C-Tunes.

4.2 Fazit

Für kleine Multiplizitäten liegen die Ergebnisse der Simulation mit den Tunes 4C und 4Cx insgesamt über alle betrachteten Schwerpunktsenergien hinweg, zieht man alle (zentralen) Momente in Betracht, am nächsten an der Messung. Die Ergebnisse, die mit dem Tune Monash 2013 simuliert wurden, liegen für hohe Schwerpunktsenergien (8 TeV und 13 TeV) in etwa gleich auf mit denen der Tunes 4C und 4Cx, mit Ausnahme der Varianz, die recht stark von der der gemessenen Verteilung abweicht. Für kleine Schwerpunktsenergien (5,02 TeV und 7 TeV) ist die Beschreibung durch den Monash-Tune dagegen eher schlecht, wenn alle Momente zusammengenommen werden. Die Form der gemessenen Transversalimpulsverteilungen wird durch die Simulation mit dem ATLAS-Tune in diesem Multiplizitätsbereich überhaupt nicht wiedergegeben.

Für hohe Multiplizitäten wird mit dem 4C-Tune weiterhin für alle Schwerpunktsenergien die Form der Transversalimpulsverteilung insgesamt am besten wiedergegeben. Der Monash-Tune liegt in diesem Multiplizitätsbereich nur wenig hinter dem 4C-Tune. Der 4Cx-Tune hingegen beschreibt die Form der gemessenen Verteilung in diesem Bereich für alle Schwerpunktsenergien nur schlecht. Lediglich die Varianz wird durch den Tune gut wiedergegeben. Der ATLAS-Tune liefert für kleine Schwerpunktsenergien (5,02 TeV und 7 TeV) auch in diesem Multiplizitätsintervall eine schlechte Simulation der Form der

Transversalimpulsverteilung. Für hohe Schwerpunktsenergien (8 TeV und 13 TeV) hingegen liegen die Moment-Verteilungen des ATLAS-Tunes und der Daten deutlich näher zusammen. Jedoch liegt nur die Verteilung des Mittelwerts für diese Schwerpunktsenergien näher an der der Daten, als die der anderen Tunes.

Für eine zuverlässige Simulation der Transversalimpulsverteilungen, die deren Form korrekt wiedergibt, kann daher also der Tune 4C für alle Multiplizitätsbereiche und alle Schwerpunktsenergien verwendet werden. Für kleine Multiplizitäten liefert der 4Cx-Tune genauso gute Ergebnisse wie der Tune 4C und kann an dessen Stelle für alle Schwerpunktsenergien verwendet werden. Für hohe Multiplizitäten kann anstelle des 4C-Tunes auch der Monash-Tune verwendet werden, dessen Beschreibung der Transversalimpulsverteilungen annähernd so gut wie die des 4C-Tunes ist. Der ATLAS-Tune sollte, wenn überhaupt, nur für hohe Multiplizitäten und Schwerpunktsenergien verwendet werden.

Es ist zu erwarten, dass die Ergebnisse, die mithilfe des Tunes Monash 2013 erzielt wurden, für einen großen Bereich von Multiplizitäten und Schwerpunktsenergien gut mit den Daten übereinstimmen, da die Parameter dieses Tunes an umfassende LHC-Daten zu verschiedenen Schwerpunktsenergien angepasst wurden. Allerdings liegen nur die Momente in einem großen Multiplizitätsbereich nahe an den denen der Daten.

Überraschend hingegen ist jedoch, dass die Momente, die aus den Ergebnissen der Simulationen mit dem 4C-Tune berechnet wurden, über alle Multiplizitäten und Schwerpunktsenergien hinweg eine gute Beschreibung der Realität liefern. Der 4C-Tune wurde an frühe LHC-Daten angepasst, die nur bei kleinen Schwerpunktsenergien gemessen wurden. Daher würde man erwarten, dass die Beschreibung bei hohen Schwerpunktsenergien eher schlecht ausfällt.

Des Weiteren liegen die Verteilungen der, die mit dem 4Cx-Tune erzeugt wurden im Vergleich zu denen der anderen Tunes eher weit von denen der Daten entfernt. Dieser Tune verwendet eine Darstellung der effektive räumlichen Ausdehnung eines Partons in einem stoßenden Proton, die allgemein als realitätsnäher angesehen wird als die, die in den anderen Tunes verwendet wird, wie bereits im vorigen Kapitel erwähnt. Dennoch beschreibt dieser Tune die Form der Transversalimpulsverteilungen eher schlecht. Da er sich nur in diesem einen Aspekt vom 4C-Tune unterscheidet, kann davon ausgegangen werden, dass die Problematik nicht in der verwendeten räumlichen Darstellung liegt. Da die Parameter eines Tunes zusammenhängen und sich teilweise gegenseitig beeinflussen, ist es wahrscheinlich, dass auch andere Parameter des Tunes an die verwendete räumliche Darstellung angepasst werden müssen, um bessere Ergebnisse zu liefern.

Der Tune ATLAS A14 passt wie erwartet vor allem für hohe Schwerpunktsenergien und Multiplizitäten gut auf die Messung. Auf diesen Bereich wurde der ATLAS-Tune ausgelegt.

5 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die vier Tunes ATLAS A14, Monash 2013, 4C und 4Cx des Monte-Carlo-Ereignis-Generators PYTHIA 8.23 hinsichtlich der Abweichungen der mit diesen Tunes bei den vier Schwerpunktsenergien 5,02 TeV, 7 TeV, 8 TeV und 13 TeV simulierten Transversalimpulsverteilungen mit entsprechenden gemessenen Verteilungen verglichen.

Dazu wurden jeweils die Mittelwerte, Varianzen, dritten und vierten Momente der simulierten und gemessenen Transversalimpulsverteilungen berechnet und analysiert. Anschließend wurde eine Vergleichsgröße definiert, die die Abweichung zwischen den Momenten der Verteilungen der jeweiligen Tunes und der Daten quantifiziert.

Die Analyse der Momente hat ergeben, dass die Abweichungen zwischen den Transversalimpulsverteilungen in Proton-Proton-Kollisionen und in Simulationen hauptsächlich durch zwei verschiedenen Ursachen entstehen.

Einerseits führen unterschiedliche Aufteilung der Transversalimpulse auf die einzelnen entstandenen Teilchen zu großen Abweichungen in den Mittelwerten, während die Abweichung bei den höheren zentralen Momenten gering ist. Diese Abweichungen können nur in der Hadronisierungsphase der Simulation entstehen, da die vorherigen Simulationsschritte durch die Theorie bestimmt sind. Verursacht werden könnten die Abweichungen zum einen dadurch, dass die Verhältnisse der in der Simulation erzeugten Quarksorten nicht mit denen einer realen Kollision übereinstimmt. Zum anderen könnte die Zusammensetzung einzelner Quarks zu Hadronen von der in realen Kollisionen abweichen.

Andererseits können die Abweichungen auch durch eine Verschiebung der Verteilungen zu höheren bzw. niedrigeren Multiplizitäten entstehen. Diese Problematik könnte in der Hadronisierungsskala liegen, ab der die Gluonen des Partonschauers beginnen sich in Quark-Antiquark-Paare aufzuspalten, die sich anschließend zu Hadronen formen.

Beim Vergleich der Tunes hat sich gezeigt, dass der Tune 4C in einer Simulation die Form der Transversalimpulsverteilungen in Proton-Proton-Kollision bei allen betrachteten Schwerpunktsenergien sehr gut wiedergibt. Für kleine Multiplizitäten im Bereich von 10 bis 25 weichen die mit dem 4Cx-Tune simulierten Transversalimpulsverteilungen nicht wesentlich mehr von den Gemessenen ab, als die des 4C-Tunes. Für hohe Multiplizitäten im Bereich von 25 bis 50 sind die Abweichungen jedoch vergleichsweise groß. Die Transversalimpulsverteilungen, die mit dem Monash 2013-Tune simuliert wurden, liegen für hohe Multiplizitäten annähernd so dicht an den gemessenen, wie die des 4C-Tunes. Für kleine Multiplizitäten hingegen liegen die Verteilungen, die mit dem 4C-Tune simuliert wurden deutlich näher an den gemessenen, wie die des Monash-Tunes. Die Form der Transversalimpulsverteilung, die mittels des ATLAS A14-Tunes simuliert wurde stimmt nur für hohe Multiplizitäten und Schwerpunktsenergien näherungsweise

se mit der Form der gemessenen überein. Für kleine Schwerpunktsenergien und hohe Multiplizitäten ist die Abweichungen zwischen den gemessenen und den simulierten Verteilungen vergleichsweise sehr groß.

A Zusammenstellung der Tuneparameter

		Tune 0	Tune 6	Tune 14	Tune 21
Klasse	Einstellung	4C	4Cx	Monash 2013	ATLAS A14
StringFlav:	probStoUD	0.19	0.19	0.217	0.217
	probQQtOQ	0.09	0.09	0.081	0.081
	probSQtoQQ	1	1	0.915	0.915
	probQQ1toQQ0	0.027	0.027	0.0275	0.0275
	mesonUDvector	0.62	0.62	0.5	0.5
	mesonSvector	0.725	0.725	0.55	0.55
	mesonCvector	1.06	1.06	0.88	0.88
	mesonBvector	3	3	2.2	2.2
	etaSup	0.63	0.63	0.6	0.6
	etaPrimeSup	0.12	0.12	0.12	0.12
	popcornSpair	0.5	0.5	0.9	0.9
	popcornSmeson	0.5	0.5	0.5	0.5
	suppressLeadingB	off	off	off	off
StringZ:	aLund	0.3	0.3	0.68	0.68
	bLund	0.8	0.8	0.98	0.98
	aExtraSquark	0	0	0	0
	aExtraDiquark	0.5	0.5	0.97	0.97
	rFactC	1	1	1.32	1.32
	rFactB	0.67	0.67	0.855	0.855
StringPT	sigma	0.304	0.304	0.335	0.335
	enhancedFraction	0.01	0.01	0.01	0.01
	enhancedWidth	2	2	2	2
TimeShower	alphaSvalue	0.1383	0.1383	0.1365	0.127
	alphaSorder	1	1	1	1
	alphaSuseCMW	off	off	off	off
	pTmin	0.4	0.4	0.5	0.5
	pTminChgQ	0.4	0.4	0.5	0.5

Tabelle A.1: Parameter des Elektron-Positron-Teils eines Tunes in Pythia 8.23 für die vier Tunes Monash 2013, ATLAS A14, 4Cx und 4C, sortiert nach den zugehörigen C++-Klassen (4)

		Tune 0	Tune 6	Tune 14	Tune 21
Klasse	Einstellung	4C	4Cx	Monash 2013	ATLAS A14
PDF:	pSet	8	8	13	13
SigmaProcess:	alphaSvalue	0.135	0.135	0.13	0.14
SigmaTotal:	zeroAXB	on	on	on	on
SigmaDiffractive:	dampen	on	on	on	on
	maxXB	65	65	65	65
	maxAX	65	65	65	65
	maxXX	65	65	65	65
Diffraction:	largeMassSuppress	2	2	4	4
TimeShower:	dampenBeamRecoil	on	on	on	on
	phiPolAsym	on	on	on	on
SpaceShower:	alphaSvalue	0.137	0.137	0.1365	0.127
	alphaSorder	1	1	1	1
	alphaSuseCMW	off	off	off	off
	samePTasMPI	off	off	off	off
	pT0Ref	2	2	2	1.56
	ecmRef	1800	1800	7000	7000
	ecmPow	0	0	0	0
	pTmaxFudge	1	1	1	0.91
	pTdampFudge	1	1	1	0.91
	rapidityOrder	on	on	on	on
	rapidityOrderMPI	on	on	on	on
	phiPolAsym	on	on	on	on
	phiIntAsym	on	on	on	on
MultipartonInteractions:	alphaSvalue	0.135	0.135	0.13	0.126
	pT0Ref	2.085	2.15	2.28	2.09
	ecmRef	1800	1800	7000	7000
	ecmPow	0.19	0.19	0.215	0.215
	bProfile	3	4	3	3
	expPow	2	1	1.85	1.85
	a1	0.15	0.15	0.15	0.15
BeamRemnants:	primordialKTsoft	0.5	0.5	0.9	0.9
	primordialKThard	2	2	1.8	1.88
	halfScaleForKT	1	1	1.5	1.5
	halfMassForKT	1	1	1	1
ColourReconnection:	mode	0	0	0	0
	range	1.5	1.5	1.8	1.71

Tabelle A.2: Parameter des Proton-Proton-Teils eines Tunes in Pythia 8.23 für die vier Tunes Monash 2013, ATLAS A14, 4Cx und 4C, sortiert nach den zugehörigen C++-Klassen (4)

Literaturverzeichnis

- [1] *Aliceinfo*. <http://aliceinfo.cern.ch/Public/en/Chapter2/Page3-subdetectors-en.html>
- [2] *futura sciences*. <http://www.futura-sciences.us/dico/d/physics-down-quark-50003909/>
- [3] *Iopscience*. <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0034-4885/69/6/R04>
- [4] *PYTHIA 8 online manual* <http://home.thep.lu.se/~torbjorn/pythia82html/Welcome.html>
- [5] *Quantum Diaries*. <http://www.quantumdiaries.org>
- [6] *Scholarpedia, Parton Shower Monte Carlo Event Generators*. http://www.scholarpedia.org/article/Parton_shower_Monte_Carlo_event_generators
- [7] *Wikipedia, ALICE-Experiment*. https://en.wikipedia.org/wiki/ALICE_experiment
- [8] *Wikipedia, CERN*. <https://de.wikipedia.org/wiki/CERN>
- [9] *Wikipedia, DGLAP-Gleichungen*. <https://de.wikipedia.org/wiki/DGLAP-Gleichungen>
- [10] *Wikipedia, Gesetz der großen Zahlen*. https://de.wikipedia.org/wiki/Gesetz_der_gro%C3%9Fen_Zahlen
- [11] *Wikipedia, Large Hadron Collider*. https://de.wikipedia.org/wiki/Large_Hadron_Collider
- [12] *Wikipedia, Normalverteilung*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Normalverteilung>
- [13] *Wikipedia, Pseudorapidität*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Pseudorapidit%C3%A4t>
- [14] *Wikipedia, Schiefe*. [https://de.wikipedia.org/wiki/Schiefe_\(Statistik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Schiefe_(Statistik))
- [15] *Wikipedia, Störungstheorie*. [https://de.wikipedia.org/wiki/St%C3%B6rungstheorie_\(Quantenmechanik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/St%C3%B6rungstheorie_(Quantenmechanik))
- [16] *Wikipedia, Varianz*. [https://de.wikipedia.org/wiki/Varianz_\(Stochastik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Varianz_(Stochastik))

- [17] *Wikipedia, Wölbung.* [https://de.wikipedia.org/wiki/W%C3%B6lbung_\(Statistik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/W%C3%B6lbung_(Statistik))
- [18] CERN: ATLAS Run 1 Pythia8 tunes. Version: Nov 2014. <http://cds.cern.ch/record/1966419>. Geneva, Nov 2014 (ATL-PHYS-PUB-2014-021). – Forschungsbericht
- [19] BOTJE, M. : *Lecture notes Particle Physics II, Quantum Chromodynamics.* <https://www.nikhef.nl/~h24/qcdcourse/section-6.pdf>
- [20] COLLINS, J. C. ; SOPER, D. E. ; STERMAN, G. F.: *Factorization of Hard Processes in QCD*
- [21] CORKE, R. ; SJOSTRAND, T. : Interleaved Parton Showers and Tuning Prospects. In: *JHEP* 03 (2011), S. 032. [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03\(2011\)032](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03(2011)032). – DOI 10.1007/JHEP03(2011)032
- [22] CORKE, R. ; SJOSTRAND, T. : Multiparton Interactions with an x-dependent Proton Size. In: *JHEP* 05 (2011), S. 009. [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP05\(2011\)009](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP05(2011)009). – DOI 10.1007/JHEP05(2011)009
- [23] GRIFFITHS, D. : *Introduction to Elementary Particles.* WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2008. – Second, Revised Edition
- [24] KRÜGER, M. : *Mean transverse momentum of primary charged particles produced in pp collisions at $\sqrt{s} = 5.02$ TeV measured with ALICE.* The address of the publisher, Goethe-Universität Frankfurt am Main, Diplomarbeit, 2017
- [25] LÜTTIG, P. : *Mittlerer Transversalimpuls in Proton-Proton-Kollisionen bei $\sqrt{s} = 900$ GeV in ALICE.* address, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Diplomarbeit, September 2010
- [26] SEYMOUR, M. H. ; MARX, M. : Monte Carlo Event Generators. In: *Proceedings, 69th Scottish Universities Summer School in Physics : LHC Phenomenology (SUSSP69): St. Andrews, Scotland, August 19-September 1, 2012*, 2013, S. 287–319
- [27] SKANDS, P. ; CARRAZZA, S. ; ROJO, J. : Tuning PYTHIA 8.1: the Monash 2013 Tune. In: *Eur. Phys. J. C* 74 (2014), Nr. 8, S. 3024. <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-014-3024-y>. – DOI 10.1140/epjc/s10052-014-3024-y

Danksagung

Ein besonderer Dank geht an dieser Stelle an Prof. Dr. Henner Büsching, ohne den diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Ich bedanke mich ebenfalls bei meinem Betreuer Mario Krüger, dessen Hilfe bei der Analyse essentiell für das Gelingen dieser Arbeit war, und bei Patrick Huhn, der kompetent jede Frage zur Theorie beantwortet hat. Außerdem danke ich den beiden dafür, diese Arbeit Korrektur gelesen zu haben und mir mit konstruktiver Kritik ermöglicht zu haben, eine bessere Arbeit abgeben zu können. Zuletzt danke ich meinen Freunden Marvin Hemmer und Patrick Teeuwen dafür, dass sie mich während der Zeit, in der diese Arbeit entstanden ist, in meinen studentischen und privaten Pflichten stark entlastet haben.