Blockseminar zum Thema

Minimalflächen

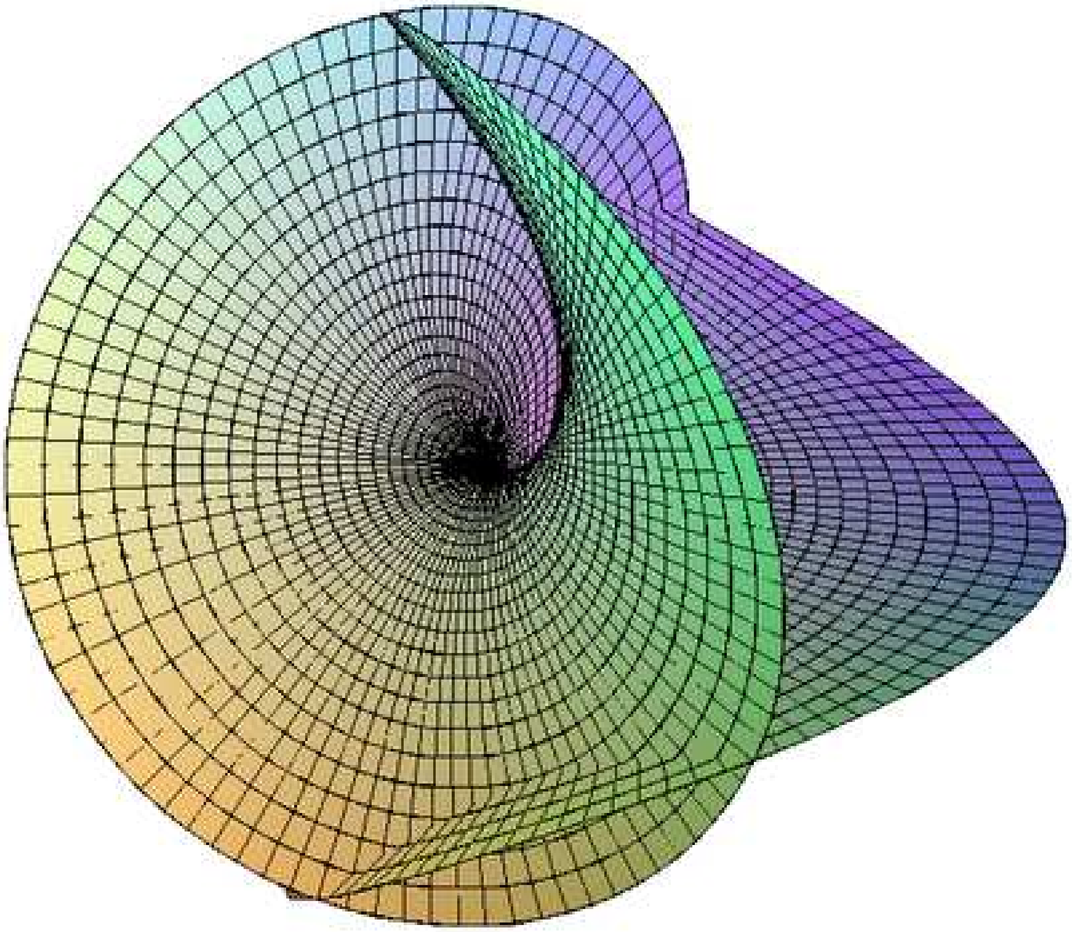
Dozenten: PD Dr. Abardia (abardia@math.uni-frankfurt.de) und Prof. Andreas Bernig (bernig@math.uni-frankfurt.de)

Zeit und Ort: 11.-15. März 2019, Raum 901

Vorbesprechung: Dienstag 30. Oktober, 11:15, Raum 711kl.

Modul: BaM-DG-gs oder MaM-GA-gs

Inhalt: Dieses Blockseminar baut auf der Vorlesung *Klassische Differentialgeometrie* auf. Behandelt werden die Weierstraß-Darstellung, der Satz von Bernstein, das Plateau-Problem sowie das Maximumprinzip für Minimalflächen. Die genauen Themen richten sich nach der Anzahl der Teilnehmer und werden bei der Vorbesprechug festgelegt.



Literatur

- Eschenburg, Jost: Differentialgeometrie und Minimalflächen. Springer Verlag 2007.
- Li-Jost: Uniqueness of minimal surfaces in Euclidean and hyperbolic 3-space, Mathematatische Zeitschrift, 217:275--285, 1994.

Einteilung der Vorträge

(Abardia) Minimierende Eigenschaften der Minimalflächen (Eschenburg, Jost, S.99–110) Es wird gezeigt, dass Minimalflächen die Eigenschaft haben, lokal den Flächeninhalt zu minimieren. Die Flächen, welche bei konstantem Volumen minimal sind, haben konstante mittlere Krümmung.

(Phan) Konforme Parametrisierung von Minimalflächen (Eschenburg, Jost, S.110–115 und 120–122)

Das Ziel ist zu zeigen, dass Minimalflächen in $\mathbb{R}^3$ sich durch holomorphe isotrope Abbildungen parametrisieren lassen. Die Darstellung konformer Minimalflächen wird gegeben.

(Phan) Die Weierstraß-Darstellung (Eschenburg, Jost, S.115–119)

Die Weierstraß-Darstellung einer Minimalfläche wird definiert und sie wird mit der Gaussabbildung verbunden. Verschiedene Beispiele werden explizit betrachtet.

(Leotta) Der Satz von Bernstein (Eschenburg, Jost, S.122–127)

Der Satz von Bernstein besagt, dass die einzigen über ganz $\mathbb{R}^2$ definierten minimalen Graphen im $\mathbb{R}^3$ die Ebenen sind. Für den Beweis wird der Satz von Liouville über holomorphe Funktionen benutzt.

(Held) Das Maximumsprinzip für Minimalflächen und der Satz von Alexandrov (Eschenburg, Jost, S.171–178)

Die Existenz von Minimalflächen, oder allgemeiner Flächen mit konstanter Krümmung, wird in verschiedenen Situationen studiert. Als erstes wird gezeigt, dass zwei abgeschlossenen Minimalflächen, die in einem Punkt sich einseitig berühren gleich sind. Zweites Ziel ist es, den Satz von Alexandrov zu zeigen: eine Hyperfläche konstanter mittlerer Krümmung ist eine Sphäre.

(Held) Das Plateau-Problem: Einführung und das Dirichletprinzip (Eschenburg, Jost, S.133–140)

Das Plateau Problem wird beschrieben. Im Seminar wird ein Spezialfall dessen bewiesen. Dieses wird genau angegeben sowie die Beweisschritte. Das Energie-Funktional wird mit dem Flächeninhalt verknüpft. Zunächst wird das Dirichletprinzip bewiesen. Dieses besagt: Die Abbildungen mit stationärem Dirichletsintegral sind genau die harmonischen.

(Cucinacra) Das Plateau-Problem: Douglas-Radó-Lösungen und Ausschluss von Verzweigungspunkten (Eschenburg, Jost, S.140–144 und 153–157)

Es wird eine Lösung des Problems als Limes einer energieminimierenden Folge harmonischer Funktionen konstruiert. Zudem wird anhand von Beispielen erläutert, wie die Verzweigungspunkte (d.h., die Nullstellen der Ableitung einer schwach konformen harmonischen Abbildung) der Lösungen des Plateau-Problems aufgelöst werden können.

(Bernig) Das Plateau-Problem: Schwache Konformität der Douglas-Radó-Lösungen (Eschenburg, Jost, S.144–152)

Es wird gezeigt, dass die Douglas-Radó-Lösungen, d.h., die harmonischen Abbildungen mit minimaler Energie, schwach konform sind.

(Arconada) Das Plateau-Problem: Maximums- und Harnacksprinzip (Eschenburg, Jost, S.157–164)

Das Maximumsprinzip für harmonische Funktionen und das Harnacksprinzip werden für die Lösung des Plateau-Problems benutzt. Hier werden sie bewiesen. Dazu wird zuerst die Poissonsche Darstellungsformel für harmonische Funktionen hergeleitet.

(Arconada) Das Plateau-Problem: Eindeutigkeit der Lösung für Kurven mit beschränkter Gesamtkrümmung (Li-Jost, S.275–283)

Es wird gezeigt, dass das Plateau-Problem für hinreichend differenzierbarer Jordankurven in $\mathbb{R}^3$, deren Gesamtkrümmung durch 4π beschränkt ist, eine eindeutige Lösung hat. Diese hat keine Verzweigungspunkten. Der Beweis benutzt Methoden aus der Riemannschen Geometrie und aus der Funktionalanalysis.