GOETHE UNIVERSITÄT
FRANKFURT AM MAIN

Blatt 2

Aufgabe 1
Schreibe eine Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} -\sin(x), & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 1/x, & x \geq 1 \end{cases}$$

Plotte f für $x \in [-\frac{\pi}{2}, \pi]$.

Aufgabe 2
Plotte die Funktion $f(x, y) = 9 - x^2 - y^2$ für $x, y \in [-1, 1]$.

Aufgabe 3
Plotte die Funktionen $g(x, y) = \sin(xy)$ und $h(x, y) = \cos(x + y) - 2$ in eine Skizze für $x, y \in [-1, 1]$.

Aufgabe 4 Die Fibonacci-Zahlen genügen der folgenden Rekursion:

$$f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$$

mit $f_0 := 0, f_1 := 1$. Implementiere eine Funktion `fibo(`n`)`, welche die Fibonacci-Zahlen rekursiv berechnet.

Aufgabe 5
Für eine Riemann-integrierbare Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ gilt

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\frac{b-a}{n},$$

wobei $x_i := a + i(b - a)/n$. Schreibe eine Funktion `integriere(@`f`,`a`,`b`,`n`)`, die das Integral in obigem Sinne approximiert. Teste die Funktion für $f = \sin$, $a = 0$,$b = \pi$ und $n = 10, 20, ..., 1000$ und plotte den Fehler

$$\left|\texttt{integriere}(@\sin, 0, \pi, n) - \int_0^\pi \sin(x)\mathrm{d}x\right|$$

gegen n.

Aufgabe 6
Eine stetige Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ mit $f(a) < 0 < f(b)$ hat nach dem Zwischenwertsatz mindestens eine Nullstelle $x_0 \in (a, b)$. Schreibe eine Funktion `nullstelle(`$@f, a, b, tol$`)` die eine Nullstelle mit Genauigkeit *tol* approximiert. Die Funktion soll also ein Ergebnis x mit $|x - x_0| < tol$ liefern. Verwende dazu die Intervallhalbierungsmethode:
Zerlege das Intervall in zwei Teilintervalle $[a, m]$ und $(m, b]$ mit $m = (a + b)/2$. Falls

$f(m) = 0$ ist $x = 0$, falls $f(m) > 0$ befindet sich mindestens eine Nullstelle in $[a, m]$, andernfalls liegt eine in $(b, m]$. Durch wiederholtes Anwenden des Prinzips lässt sich eine Nullstelle beliebig genau approximieren.

Aufgabe 7
Schreibe eine Funktion `matrixmult(A,B)`, die die Matrizenmultiplikation auf naive Weise durchführt (mit 3 Schleifen).

Aufgabe 8
Vergleiche mittels `tic()` und `toc` die Laufzeiten von `matrixmult` und der in MATLAB implementierten Matrixmultiplikation `*` für einfache Matrizen der Größe $2^i \times 2^i$ mit $i = 4, ..., 9$.