

Übung 4

Abgabe bis Mittwoch, 06.06., 11:45 Uhr

Aufgabe 9:

Das Integrationsgebiet $B = [a, \infty)$ werde durch die Transformation

$$x = \psi(\bar{x}) = a + \frac{\bar{x}}{1 - \bar{x}}$$

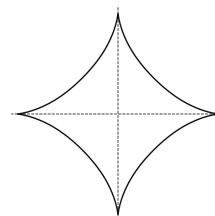
auf das Einheitsintervall $\bar{B} = [0, 1]$ abgebildet. Geben sie die Stützstellen und Gewichte der offenen 3-Punkt Clenshaw-Curtis-Formel nach Transformation in das Gebiet B an.

Aufgabe 10:

- (a) Berechnen sie den Flächeninhalt der nebenstehenden Astroide (Sternkurve) gegeben durch die Menge

$$B = \{ \|x\|^{2/3} + \|y\|^{2/3} \leq 1 \}$$

mittels der Produktquadraturformel basierend auf der 3-Punkt-Gauß-Formel in x- und y-Richtung.



- (b) Berechnen sie nun das Integral

$$\int_B (1 - |x|)(1 - |y|) \, dx dy$$

exakt und näherungsweise mit der 3-Punkt-Gauß-Produktformel.

Aufgabe 11:

Eine Quadraturformel auf dem Einheitsdreieck mit Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 0)$ und $(0, 1)$ verwende die Stützstellen

$$x_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right), \quad x_2 = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right), \quad \text{und} \quad x_3 = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right)$$

in baryzentrischen Koordinaten. Welchen Exaktheitsgrad hat diese Quadraturformel? Bestimmen sie drei Stützstellen so, dass der Exaktheitsgrad maximal wird.