

Übung 1

Abgabe bis Freitag, 28.4.2017

Aufgabe 1: [Verzinsung]

Der Betrag $B(0) = 500$ Euro wird zu einer jährlichen Zinsrate $r = 10\%$ für 3 Jahre angelegt.

- Berechnen sie den Wert der Anlage $B(t)$ nach $t = 3$ Jahren bei einfacher, zweifacher und kontinuierlicher Verzinsung.
- Schätzen sie die Differenz zwischen m -facher und kontinuierlicher Verzinsung ab und ermitteln sie so dasjenige m , für welches diese Differenz unter 0.1% liegt.
- Wie verhält sich diese Differenz in Abhängigkeit von der Zinsrate r und der Laufzeit t .

Punkte: 6

Aufgabe 2: [Variable Verzinsung]

- Zeigen sie mittels der gewöhnlichen Differentialgleichung $\frac{dB(t)}{dt} = r(t)B(t)$, dass für den Wert einer Anlage von $B(0)$ mit variabler Zinsrate $r(t)$ bei kontinuierlicher Verzinsung zum Zeitpunkt $t > 0$ gilt:

$$B(t) = B(0)e^{\int_0^t r(s)ds}.$$

- Ermitteln sie den Wert einer Anlage mit variablem (Jahres-)Zins $r(t) = \frac{t}{1+t^4}$ für ein Investment von $B(0) = 1000$ Euro nach $t = 2$ Jahren bei kontinuierlicher Verzinsung.
- Ermitteln sie den Wert der Anlage aus Teilaufgabe (b) bei einfacher Verzinsung pro Jahr.
- Ermitteln sie den Wert der Anlage aus Teilaufgabe (b), wenn das Integral im Exponenten durch die Simpsonregel näherungsweise berechnet wird.
- Schätzen sie für die Zinsfunktion $r(t) = e^{t/10} - 1$ die Differenz der Resultate der Aufgaben (b) und (d) über den Quadraturfehler der Simpsonregel ab.

Punkte: 10

Aufgabe 3: [Forwards und Europäische Optionen]

Ein Portfolio bestehe aus einem Forward auf die Aktie S mit Forwardpreis K und Laufzeit T sowie einem Europäischen Put ebenfalls auf die Aktie S mit Ausübungspreis K und Laufzeit T .

- Stellen sie die Auszahlung des Portfolios in Abhängigkeit vom Aktienkurs $S(T)$ zum Zeitpunkt T grafisch dar.
- Das angegebene Portfolio kann für $0 \leq t \leq T$ mittels eines Europäischen Calls auf die Aktie S mit Ausübungspreis K und Laufzeit T gehedgt werden. Zeigen sie wie aus dieser Information die Put-Call Parität für Europäische Optionen folgt.

Punkte: 6

Aufgabe 4: [Amerikanische Optionen]

Seien $V_{Call}(S, t)$ und $V_{Put}(S, t)$ die Werte einer amerikanischen Call- und Putoption zum Zeitpunkt t auf eine Aktie, die keine Dividende zahlt. Zeigen sie, dass die folgende Put-Call Ungleichung gilt:

$$Ke^{-r(T-t)} \leq S(t) + V_{Put}(S, t) - V_{Call}(S, t) \leq K.$$

Punkte: 6

Gesamtpunktzahl: 28 Punkte