



## Übung 1

Abgabe bis Freitag, 28.4.2017

### Aufgabe 1: [Verzinsung]

Der Betrag  $B(0) = 500$  Euro wird zu einer jährlichen Zinsrate  $r = 10\%$  für 3 Jahre angelegt.

- Berechnen sie den Wert der Anlage  $B(t)$  nach  $t = 3$  Jahren bei einfacher, zweifacher und kontinuierlicher Verzinsung.
- Schätzen sie die Differenz zwischen  $m$ -facher und kontinuierlicher Verzinsung ab und ermitteln sie so dasjenige  $m$ , für welches diese Differenz unter  $0.1\%$  liegt.
- Wie verhält sich diese Differenz in Abhängigkeit von der Zinsrate  $r$  und der Laufzeit  $t$ .

Punkte: 6

### Aufgabe 2: [Variable Verzinsung]

- Zeigen sie mittels der gewöhnlichen Differentialgleichung  $\frac{dB(t)}{dt} = r(t)B(t)$ , dass für den Wert einer Anlage von  $B(0)$  mit variabler Zinsrate  $r(t)$  bei kontinuierlicher Verzinsung zum Zeitpunkt  $t > 0$  gilt:

$$B(t) = B(0)e^{\int_0^t r(s)ds}.$$

- Ermitteln sie den Wert einer Anlage mit variablem (Jahres-)Zins  $r(t) = \frac{t}{1+t^4}$  für ein Investment von  $B(0) = 1000$  Euro nach  $t = 2$  Jahren bei kontinuierlicher Verzinsung.
- Ermitteln sie den Wert der Anlage aus Teilaufgabe (b) bei einfacher Verzinsung pro Jahr.
- Ermitteln sie den Wert der Anlage aus Teilaufgabe (b), wenn das Integral im Exponenten durch die Simpsonregel näherungsweise berechnet wird.
- Schätzen sie für die Zinsfunktion  $r(t) = e^{t/10} - 1$  die Differenz der Resultate der Aufgaben (b) und (d) über den Quadraturfehler der Simpsonregel ab.

Punkte: 10

### Aufgabe 3: [Forwards und Europäische Optionen]

Ein Portfolio bestehe aus einem Forward auf die Aktie  $S$  mit Forwardpreis  $K$  und Laufzeit  $T$  sowie einem Europäischen Put ebenfalls auf die Aktie  $S$  mit Ausübungspreis  $K$  und Laufzeit  $T$ .

- Stellen sie die Auszahlung des Portfolios in Abhängigkeit vom Aktienkurs  $S(T)$  zum Zeitpunkt  $T$  grafisch dar.
- Das angegebene Portfolio kann für  $0 \leq t \leq T$  mittels eines Europäischen Calls auf die Aktie  $S$  mit Ausübungspreis  $K$  und Laufzeit  $T$  gehedgt werden. Zeigen sie wie aus dieser Information die Put-Call Parität für Europäische Optionen folgt.

Punkte: 6

### Aufgabe 4: [Amerikanische Optionen]

Seien  $V_{Call}(S, t)$  und  $V_{Put}(S, t)$  die Werte einer amerikanischen Call- und Putoption zum Zeitpunkt  $t$  auf eine Aktie, die keine Dividende zahlt. Zeigen sie, dass die folgende Put-Call Ungleichung gilt:

$$Ke^{-r(T-t)} \leq S(t) + V_{Put}(S, t) - V_{Call}(S, t) \leq K.$$

Punkte: 6

Gesamtpunktzahl: 28 Punkte