

6. Übungsblatt (erschienen am 17.11.2015)

Aufgabe 6.1 (schriftliche Aufgabe)[3 Punkte]

Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ gegeben. Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

- (a) Für alle Matrizen $C \in \mathbb{R}^{m \times m}$ gilt

$$\text{Rang}(CA) \leq \text{Rang}(A).$$

Gleichheit gilt, wenn C regulär ist.

- (b) Für alle Matrizen $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ gilt

$$\text{Rang}(AB) \leq \text{Rang}(A),$$

und das Gleichheitszeichen gilt, wenn B regulär ist.

Aufgabe 6.2 (schriftliche Aufgabe)[3 Punkte]

- (a) Es sei $t \mapsto M(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine stetige Funktion, $t \in \mathbb{R}$. Die Matrix $M(t_0)$ sei regulär. Beweisen Sie, dass es dann eine Umgebung U von t_0 gibt, so dass für alle $t \in U$ die Matrix $M(t)$ regulär ist.
- (b) Beweisen Sie die allgemeinere Aussage für $M(t) \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $t \in \mathbb{R}$, nicht notwendigerweise regulär: es existiert eine Umgebung U von t_0 so dass

$$\text{Rang}(M(t)) \geq \text{Rang}(M(t_0))$$

für alle $t \in U$ gilt, das heißt, lokal kann der Rang der Matrix M nicht kleiner werden.

Hinweis: Argumentieren Sie mit der Determinanten von $M(t)$ bzw. einer geeigneten Teilmatrix von $M(t)$.

Aufgabe 6.3 (Votieraufgabe)

Berechnen Sie bitte für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & 6 \\ -4 & -5 & 15 \end{pmatrix}$$

von Hand die LR-Zerlegung. Geben Sie den Rechenweg vollständig an.

Aufgabe 6.4 (Programmieraufgabe)[5 Punkte]

Implementieren Sie die LR-Zerlegung ohne Pivotsuche in SCILAB, sowie die Vorwärts- und Rückwärtssubstitution. Testen Sie das Verfahren anhand der Gleichungssysteme $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Überprüfen und interpretieren Sie ihre Ergebnisse.

Hinweise zur Übungsblattbearbeitung:

- Zu **schriftlichen Aufgaben*** soll eine Ausarbeitung/Lösung angefertigt werden, die bis zum 24.11.2015 um 12:00 Uhr in den Kästen ihres Tutors im 3. Stock der Robert-Mayer-Str. 6-8 abzugeben ist. Sollte ein Übungstermin nicht wahrgenommen werden können, so kann die Abgabe der schriftlichen Aufgabe auch bis zum obigen Zeitpunkt an ihren Tutor geschickt werden.
- Zu **Programmieraufgaben*** soll eine kommentierte Ausarbeitung in SCILAB-Code bis zum 24.11.2015 um 12:00 Uhr an ihren Tutor geschickt werden. Bitte beginnen Sie die Betreffzeile Ihrer E-Mail mit "**Numerik6_1516_Gruppennummer:**" (wenn Sie z.B. in Gruppe 3 sind, so soll die Betreffzeile mit "Numerik6_1516_3:" beginnen).
- Zu **Votieraufgaben** wird keine schriftliche Ausarbeitung verlangt. Diese werden lediglich in der Übung besprochen.
- Alle Aufgaben von Übungsblatt 6 werden in den Übungen zwischen dem 30.11.2015 und dem 04.12.2015 besprochen.

*Die Abgabe und Bearbeitung darf in Zweiergruppen erfolgen.