



## Übung 5

Abgabe bis Mittwoch, 25.11.

### Aufgabe 1: [Europäischer Put]

Bestimmen sie eine geschlossene Lösungsformel für den Preis  $V(S, 0)$  einer Europäischen Put-Option im Black-Scholes Modell.

- (a) Verwenden Sie dafür die Black-Scholes Formel für den Europäischen Call und die Put-Call-Parität.
- (b) Leiten Sie die Lösungsformel mit Hilfe des Martingalansatzes her

Punkte:

### Aufgabe 2: [Greeks]

Zeigen sie mittels der Black-Scholes Formel für Europäische Call-Optionen, dass für das  $\Delta$  (Delta),  $\Gamma$  (Gamma) und  $\Theta$  (Theta) dieser Option gilt:

(a) 
$$\Delta = \Phi(d_1)$$

(b) 
$$\Gamma = \frac{\Phi'(d_1)}{S_0 \sigma \sqrt{T}}$$

(c) 
$$\Theta = -\frac{S_0 \Phi'(d_1) \sigma}{2\sqrt{T}} - rK e^{-rT} \Phi(d_2)$$

mit  $d_1$  und  $d_2$  aus der Black-Scholes-Formel.

Punkte:

### Aufgabe 3:

Zeigen sie, dass für die Greeks  $\Theta$  (Theta),  $\Delta$  (Delta) und  $\Gamma$  (Gamma) beliebiger Optionen eines Portfolios  $\Pi$  im Black-Scholes-Modell folgende Beziehung gilt:

$$\Theta + rS\Delta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = r\Pi,$$

wobei  $r$  dem risikolosen Zins und  $S$  dem unterliegenden Basiswert entspricht.

Punkte: