

# Differentialgleichungen

## Übungsblatt 1

Abgabe bis 28.04.2015

### Aufgabe 1. (4 Punkte)

a) Zeigen Sie das

$$x(t) = \frac{2x_0}{2 + x_0(t_0^2 - t^2)}$$

eine Lösung des Anfangswertproblems

$$\frac{dx}{dt} = tx^2, \quad x(t_0) = x_0$$

ist.

b) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich der Lösung für die Wahl  $t_0 = 0$  und  $x_0 = 1$  an.

### Aufgabe 2. (2 Punkte)

a) Transformieren Sie die gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = t \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + tx$$

in eine 2-dimensionale Differentialgleichung erster Ordnung.

**Aufgabe 3.** (6 Punkte)

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{dx}{dt} = 2t(1 + x^2).$$

b) Geben Sie die Lösung zum Anfangswert  $x(0) = 0$  an und bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich dieser Lösung.

c) Überlegen Sie ob die Differentialgleichung Ruhelagen besitzt.

**Aufgabe 4.** (8 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\frac{dx}{dt} + 2tx = t, \quad x(0) = 0.$$

b) Bestimmen Sie die positive Lösung des Anfangswertproblems

$$\frac{dx}{dt} = \frac{t}{x} e^{(t^2+x^2)}, \quad x(0) = 0.$$

*Tipp:* Verwenden Sie zur Integration eine geeignete Substitution.