



Miniprojekt 1

Abgabe bis Freitag, 16.1.2015

Poker

Das Mischen von Karten eines Pokerspiels stellt eine zufällige Permutation von 52 Karten dar. Dies entspricht einer Permutation der Menge $\{1, \dots, 52\}$, wobei die Zahlen 1 bis 13 den 13 Karten der 1. Farbe, die Zahlen 14-26 der 2. Farbe, die Zahlen 27-39 der 3. Farbe und die Zahlen 40-52 der 4. Farbe zugeordnet sind. Eine einfache Methode um eine zufällige Permutation von N Karten auf dem Computer zu erzeugen, wird im Folgenden beschrieben.

- (1) Weise jeder Karte eine Zahl von 1 bis N zu und notiere die Zahlen in einer Liste (die Reihenfolge spielt keine Rolle, der Einfachheit halber nimmt man die Zahlen der Größe nach sortiert oder bei mehrfacher Wiederholung die zuletzt gespeicherte Liste).
- (2) Ziehe eine zufällige diskret gleichverteilte Zahl k zwischen 1 und N .
- (3) Vertausche die Listenelemente k und N miteinander.
- (4) Reduziere N um 1 und wiederhole Schritt 2 bis 4 so lange bis $N = 1$ ist.
- (5) Die Einträge der Liste sind nun eine zufällige Permutation der N Karten.



Lösen sie mit Hilfe dieses Algorithmus folgende Aufgaben:

- (a) Erzeugen sie mit diesem Verfahren per Hand eine “zufällige” Permutation der Zahlen $1, \dots, 8$. Als “Zufallszahlenfolge” für Schritt (3) verwenden sie $\{7, 2, 4, 1, 4, 2, 1\}$.
- (b) Warum wird durch das Verfahren jede mögliche Permutation unabhängig von der Startverteilung mit der gleichen Wahrscheinlichkeit erzeugt?
- (c) Schreiben sie eine Sage-Prozedur zur Erzeugung einer zufälligen Permutation von N Zahlen.
- (d) Testen sie ihre Prozedur für $N = 52$.
- (e) Berechnen sie mit Hilfe ihrer Prozedur die Wahrscheinlichkeit, in einem Pokerspiel einen Vierling zu erhalten. Ermitteln sie dazu wie oft sie aus 1000 Spielen einen Vierling erhalten.

Um dies in Sage umzusetzen gehen sie folgendermaßen vor:

- (1) Erzeugen sie eine Permutation der Zahlen $1, \dots, 52$.
- (2) Wählen sie die ersten 7 Zahlen aus.
- (3) überprüfen sie, ob 4 gleiche Zahlen modulo 13 dabei sind.

Vergleichen sie ihr Ergebnis mit der exakten Wahrscheinlichkeit von ca. 0,17 %.

- (f) Schreiben sie ein LaTeX-Dokument mit Titelseite und einer Dokumentation ihrer Ergebnisse, sowie dem vollständigen Lösungsweg der einzelnen Teilaufgaben.

Gesamtpunktzahl: $4/3/6/1/6/15 = 35$ Punkte