



Übung 7

Abgabe bis Freitag, 5.12.

Aufgabe 26: [Kombinatorik]

In einer kleinen Packung Gummibärchen befinden sich 6 Gummibärchen der Farben rot, gelb und grün. Wieviele Gummibärchen haben, jeweils die gleiche Farbe, wenn es

- (a) 6
- (b) 15
- (c) 60

verschiedene Anordnungsmöglichkeiten gibt.

Punkte:

Aufgabe 27: [Kombinatorik]

In einem Raum gibt es 8 Lampen, die man jede an- und ausschalten kann. Wie viele Möglichkeiten gibt es, dass

- (a) genau 5 Lampen brennen,
- (b) mindestens 5 Lampen brennen?

Punkte:

Aufgabe 28: [Kombinatorik]

- (a) An einem Pferderennen nehmen 20 Pferde teil. Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Besetzung der ersten 3 Plätze?
- (b) In einem Regal stehen 5 französische, 7 spanische und 11 englische Bücher. Auf wie viele Arten lassen sich 2 Bücher in verschiedenen Sprachen auswählen?
- (c) Wie viele Möglichkeiten gibt es 7 Personen in 4 Gruppen aufzuteilen, wobei jede Gruppe mindestens 1 Person enthalten muss und alle 7 Personen aufgeteilt sein müssen?

Punkte:

Aufgabe 29: [Binomialkoeffizient]

- (a) Zeigen sie:

$$k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$

für alle $n, k > 1$.

- (b) Zeigen sie:

$$\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}.$$

Punkte:

bitte wenden

Aufgabe 30: [Kombinatorik in Sage]

- (a) Schreiben sie in Sage eine Funktion $Kugelkasten(m,n)$, die alle Konstellationen ausgibt, wie man n Kugeln auf m Kästen verteilen kann (Ausgabe als Liste von Listen). Für $n = 3$ und $m = 2$ wäre die Rückgabe: $[[0, 3], [1, 2], [2, 1], [3, 0]]$.
Testen sie ihre Funktion für $n = 5$ und $m = 6$.
- (b) Schreiben sie in Sage eine Funktion $myExpand(L,n)$ mit einer Liste $L = [var('a'), var('b'), var('c'), \dots]$, die Variablen vom Typ Expression enthält, und einer natürlichen Zahl n als Inputparameter. Die Funktion soll den ausmultiplizierten Ausdruck von $(a + b + c + \dots)^n$ in Form einer Summe zurückgeben analog zum Sage-Befehl $expand((a + b + c + \dots)^n)$, darf diesen jedoch nicht verwenden.
Testen sie ihre Funktion für $L = [var('a'), var('b'), var('c'), var('d')]$ mit $n = 6$ und überprüfen sie anschließend das Ergebnis mittels des $factor$ -Befehls.

Punkte:

5/3

Aufgabe 31: [Euklidischer Algorithmus in Sage]

- (a) Schreiben sie in Sage eine Funktion $ggT(a,b)$, die den größten gemeinsamen Teiler zweier natürlicher Zahlen a und b mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus zurückgibt.
Testen sie ihre Funktion für $a = 1234$ und $b = 5678$.
- (b) Schreiben sie in Sage eine Funktion $eea(a,b)$, die mit Hilfe des erweiterten Euklidischen Algorithmus Zahlen s, t zurückgibt, sodass $ggT(a, b) = sa + tb$ gilt.
Testen sie ihre Funktion für $a = 1234$ und $b = 5678$.

Punkte:

4/4
