



## Übung 3

Abgabe bis Freitag, 7.11.

Die Sage-Aufgaben sind am Einfachsten über die Online-Version von Sage unter <https://cloud.sagemath.com/> zu bearbeiten. Das Worksheet kann dort mit der *Print*-Option gedruckt oder als PDF gespeichert werden. Sie können den Ausdruck mit den Übungsaufgaben abgeben oder das PDF an ihren Tutor schicken.

### Aufgabe 8: [Mengen in Sage]

- (a) Nutzen sie Sage, um mit den Mengen  $M_1 := \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $M_2 := \{6, 7, 8, 9, 10\}$  und  $M_3 := \{3, 4, 7, 8\}$  die folgenden Mengen zu erzeugen:
- (i)  $\{\}$ ,
  - (ii)  $\{3, 4\}$ ,
  - (iii)  $\{1, 2, 5, 6, 9, 10\}$ ,
  - (iv)  $\{1, 2, 5\}$ .
- (b) Erzeugen sie folgende Mengen in Sage:
- (i)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \sum_{i=0}^n 2^i \text{ für } n \in \{0, 1, \dots, 10\}\}$ ,
  - (ii) Alle positiven natürlichen 4-stelligen Zahlen, deren 3. Stelle gleich 5 ist.

Punkte:

### Aufgabe 9: [Symmetrische Differenz]

Die symmetrische Differenz von zwei Mengen  $A$  und  $B$  ist definiert durch

$$A \triangle B := \{x \in A \mid x \notin B\} \cup \{x \in B \mid x \notin A\}.$$

Beweisen sie für Mengen  $A, B, C$ :

$$(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C).$$

Punkte:

### Aufgabe 10: [Symmetrische Differenz in Sage]

Sei  $A = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{1, 4, 6\}$  und  $C = \{2, 5, 6, 7\}$ .

- (a) Berechnen sie in einer Codezeile  $(A \triangle B) \triangle C$ .
- (b) Testen sie in einer Codezeile, ob die Aussage aus Aufgabe 9 wahr ist.

Punkte:

### Aufgabe 11: [Kartesisches Produkt]

- (a) Zeigen sie, dass für drei Mengen  $A, B$  und  $C$  gilt:

$$(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$$

- (b) Zeigen sie, dass für nichtleere Mengen  $A_1, A_2$  und  $B_1, B_2$  gilt:

$$(A_1 \times A_2) \subseteq (B_1 \times B_2) \iff A_1 \subseteq B_1 \text{ und } A_2 \subseteq B_2$$

Punkte:

**Aufgabe 12:** [Kartesisches Produkt in Sage]

Finden sie die Sage-Funktion, die das kartesische Produkt berechnet und bestimmen sie in Sage  $A \times B \times C$  (für  $A, B, C$  wie in Aufgabe 10) sowie die Anzahl der Elemente der Ergebnismenge.

Punkte:

**Aufgabe 13:** [Aussagen]

Welche der folgenden Aussagen sind für alle Mengen  $A, B, C, D$  wahr?

- (a)  $(A \cup B = A \cup C) \Rightarrow B = C$
- (b)  $(A \cap B = A \cap C) \Rightarrow B = C$
- (c)  $(A \cap B) \cup (C \cap D) = (A \cup C) \cap (A \cup D) \cap (B \cup C) \cap (B \cup D)$

Punkte: