

Übung 1

Abgabe bis Donnerstag, 8.5.

Aufgabe 1: [Knotenbasis]

Wir betrachten die Poisson-Gleichung im Einheitsintervall

$$\begin{aligned} -u'' &= 1 \text{ in } [0, 1] \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

Das Gebiet werde nun durch ein äquidistantes Gitter mit Gitterpunkten $x_i = h \cdot i$ für $i = 0, \dots, N$ bei einer Maschenweite von $h = 1/N$ diskretisiert.

- Verwenden sie zur Diskretisierung des Problems stückweise lineare Lagrange-Elemente $\varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}$. Geben sie die Basisfunktionen explizit an.
- Stellen sie für $N = 8$ das entstehende lineare Gleichungssystem $Ax = b$ auf.
- Lösen sie das Gleichungssystem und geben sie die entstehende Finite-Elemente-Lösung an.

Aufgabe 2: [Hierarchische Basis]

Wir betrachten wiederum das Problem aus Aufgabe 1.

- Verwenden sie nun zur Diskretisierung stückweise lineare hierarchische Elemente $\varphi_{li}, l = 1, \dots, L, i = 1, \dots, 2^{l-1}$. Geben sie die Basisfunktionen explizit an.
- Stellen sie für $L = 3$ das entstehende lineare Gleichungssystem $Ax = b$ auf.
- Lösen sie das Gleichungssystem und geben sie die entstehende Finite-Elemente-Lösung an.
- Vergleichen sie die Lösung mit der aus Aufgabe 1.