



Übung 3

Abgabe bis Donnerstag, 12.5.

Aufgabe 1: [Quadratische Ansatzfunktionen]

Wir betrachten wieder die Laplace-Gleichung $-\Delta u = f$ auf dem Intervall $\Omega = [a, b]$ und einem Gitter mit Maschenweite $h = (b - a)/N$.

- Ermitteln sie die lokale Steifigkeitsmatrix für quadratische Formfunktionen und daraus dann die globale Steifigkeitsmatrix für $N = 4$.
- Ermitteln sie die lokale Steifigkeitsmatrix für kubische Formfunktionen und daraus dann die globale Steifigkeitsmatrix für $N = 4$.
- Ermitteln sie die Steifigkeitsmatrix für hierarchische Formfunktionen, wobei sie eine konstante, eine lineare, eine quadratische und zwei kubische Funktionen verwenden.

Aufgabe 2: [Hierarchische Erweiterung]

Sei $\mathcal{P}_{p,d}$ der Raum der Polynome in Dimension d von Grad höchstens p . Bestimmen sie die Dimension der hierarchischen Erweiterungsräume $\mathbf{P}_{p,d}$, welche durch

$$\mathcal{P}_{p+1,d} = \mathcal{P}_{p,d} \oplus \mathbf{P}_{p,d}$$

definiert sind.

Aufgabe 3: [Baryzentrische Koordinaten]

- Zeigen sie, dass die baryzentrischen Koordinaten auf Simplexen eindeutig sind. Bestimmen sie die baryzentrischen Koordinaten des Referenzdreiecks und -tetraeders als Funktionen der euklidischen Koordinaten.
- Das Referenzdreieck werde durch Seitenhalbierung in vier kleinere Dreiecke unterteilt. Bestimmen sie die Formfunktionen der zugehörigen linearen Knotenbasis in baryzentrischen Koordinaten
- Bestimmen sie für (b) auch die Formfunktionen der stückweise linearen hierarchischen Basis in baryzentrischen Koordinaten.