Übung 4

Abgabe bis Mittwoch, 13.11.2013

Aufgabe 1:
Es wird 3-mal eine faire Münze mit den Seiten Kopf (K) und Zahl (Z) geworfen. Der Einsatz beträgt 4 Euro. Für jeden Wurf, bei dem K oben liegt, erhält der Spieler 2 Euro. Die Zufallsvariable X beschreibe den Gewinn des Spielers.

(a) Geben sie die Ergebnismenge, die Ereignismenge und die dazugehörige Verteilung der Zufallsvariablen X an.

(b) Berechnen sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen X. Ist das Spiel fair?

(d) Berechnen sie die Standardabweichung der Zufallsvariablen X.

Punkte: $\boxed{4}$

Aufgabe 2:
Bei der Prüfung wird ein Multiple-Choice Test mit Fragen angewendet. Es werden fünf Fragen gestellt. Zu jeder der Fragen sind in zufälliger Anordnung eine richtige und zwei falsche Antworten angegeben. Die Prüfung gilt als bestanden, wenn bei mindestens vier Fragen die richtige Antwort angekreuzt ist. Ein unvorbereiteter Prüfling wählt seine Antworten rein zufällig aus.

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht er die Prüfung?

(b) Wie groß sind Erwartungswert und Standardabweichung der Anzahl seiner richtigen Antworten?

Punkte: $\boxed{3}$

Aufgabe 3:
Für die Latein- und die Mathematikschulaufgabe einer Klasse ergaben sich folgende Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Die Zufallsvariable X bezeichne die Note eines Schülers in der Lateinschulaufgabe und die Zufallsvariable Y die Note in der Mathematikschulaufgabe. Dabei wird angenommen, dass für jeden Schüler die Leistungen in Latein und Mathematik unabhängig voneinander sind.

Lateinschulaufgabe:

k	1	2	3	4	5	6
P(X = k)	1/30	4/30	10/30	10/30	4/30	1/30

Mathematikschulaufgabe:

k	1	2	3	4	5	6
P(Y = k)	1/30	5/30	5/30	10/30	5/30	4/30

(a) Berechnen sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsvariablen X und Y.

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht ein Schüler beide Schulaufgaben?

(c) In einer Klasse seien 30 Schüler. Berechnen sie die zu erwartende Anzahl an Schüler, die beide Schulaufgaben bestehen.

(d) Berechnen sie die Varianz der Zufallsgröße X+Y.

Punkte: $\boxed{8}$

Aufgabe 4:
Zwei Personen vereinbaren ein Spiel. Es wird ein fairer Würfel geworfen. Falls der Spieler, der den Würfel geworfen hat, eine 6 würfelt, erhält er von dem anderen Spieler 12 Euro. Es wird immer abwechselnd gewürfelt. Die Zufallsvariable X beschreibt den Gewinn von Spieler 1.

(a) Geben sie die Ergebnismenge, die Ereignismenge und die dazugehörige Verteilung der Zufallsvariablen X bei 1 und 2 würfen an.

(b) Berechnen sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsvariablen X, wenn einmal, zweimal oder dreimal geworfen wird.

(c) Angenommen, es wird nur einmal geworfen. Wie hoch müsste der Einsatz des werfenden Spielers sein, damit das Spiel fair ist?

Punkte: $\boxed{6}$

Aufgabe 5:
Ein mit den Zahlen 1 bis 4 beschrifteter Tetraeder ist so gezinkt, dass für die geworfene Zahl X gilt, dass $P(X = k) = \beta \cdot k$, $k = 1, 2, 3, 4$, wobei $\beta > 0$ eine Konstante ist.

(a) Bestimmen sie den Wert von β sowie den Erwartungswert und die Varianz von X.

(b) Angenommen, der Tetraeder wird zweimal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme beider Würfe 4 ist unter der Bedingung, dass der erste Wurf eine 1 oder 2 war.

(c) Der Tetraeder wird wieder zweimal geworfen. Sind die Ereignisse, das zuerst eine 1 und anschließend eine 2 gewürfelt wird und das zuerst eine 1 und anschließend eine 3 gewürfelt wird, unabhängig?

Punkte: $\boxed{6}$

Gesamtpunktzahl: 27 Punkte