



Der Zufall – ein Helfer und kein Störenfried

Warum die Wissenschaft stochastische Modelle braucht

von Götz Kersting

Der Zufall hat in den Wissenschaften weithin einen zweifelhaften Ruf. Für die Philosophie hat Hegel festgestellt: »Die philosophische Betrachtung hat keine andere Absicht, als das Zufällige zu entfernen« (*Die Vernunft in der Geschichte*, 1822) – und ähnlich denkt man auch in anderen Wissenschaften. Die Auseinandersetzungen der Physik mit dem Zufall sind verschlungen und bis heute von Kontroversen begleitet. Was die Biologie betrifft, so herrscht noch einiger Argwohn gegenüber den modernen Evolutionstheorien, die sich entscheidend auf den Zufall stützen. Und dass derartige Theorien unvereinbar sind mit der Vorstellung von einer göttlichen Schöpfung der Welt, gilt unter manchen ihrer Gegner wie Befürworter als ausgemacht.

Die Skepsis rührt zu einem gewichtigen Teil daher, dass der Zufall kaum als ein eigenständiges Konzept wahrgenommen wird, sondern nur als Gegensatz zum Geregelteten, Geordneten, also als ein Störenfried. Des Zufalls »blindes« Wirken scheint sich schlecht damit zu vertragen, dass sich das unserem Verständnis zugängliche Geschehen in der Welt deterministisch vollzieht. So gilt als vorbildlich für die Wissenschaften, wie es Kepler verstand, das Zufällige in den Planetenbewegungen, wie man das am Himmel beobachtet, auf einfache Gesetzmäßigkeiten zurückzuführen und damit zu eliminieren. Dem fühlt sich auch die moderne Chaostheorie verpflichtet, und man hat sich noch nicht überall damit abgefunden, dass man manchmal – nicht nur in der Quantentheorie – ohne den Zufall nicht auskommt.

»Der Zufall ist zu etwas in der Lage, was man gewöhnlich nur deterministischen Handlungsvorschriften zutraut.«

Aber wie begründet sind solche Vorbehalte? Es erweist sich nämlich, dass der Zufall oft gar nicht als Störenfried in Erscheinung tritt, sondern vielmehr als Helfer wirkt, dem erstaunliche Dinge gelingen. Dem wollen wir in drei Beispielen nachgehen. Im ersten Beispiel zeigt sich, dass bestimmte Aufgabenstellungen besser gelöst werden können, wenn man den Zufall zu Hilfe nimmt. Es geht um das Auflösen von Warteschlangen beim Hin- und Herschicken von Paketen in komplexen Netzwerken, konkret gesprochen von Datenpaketen im Computer. Wie sich herausstellt, vermeidet man Warteschlangen am zuverlässigsten, wenn man die Routen für die Pakete in geeigneter Weise zufällig wählt. Hier ist der Zufall zu etwas in der Lage, was man gewöhnlich nur deterministischen Handlungsvorschriften zutraut. In der Informatik macht man sich diese Qualität des Zufalls inzwischen häufig zunutze und entwirft randomisierte Algorithmen für verschiedenste Zwecke.

»Kausales Denken geht ein Bündnis mit dem Zufall ein.«

Im zweiten Beispiel geht es um ein Problem aus der Statistik. Wie bei vielen anderen statistischen Problemen will man feststellen, ob sich in einem Datensatz ein ursächlicher Zusammenhang aufdecken lässt. Häufig ist das aber nicht direkt zu klären: Einerseits findet sich in den Daten Variabilität, andererseits bereitet es Schwierigkeiten, mögliche Wirkungszusammenhänge explizit zu benennen. Deswegen dreht man den Spieß um und befasst sich mit der Frage, ob die Daten rein zufällig entstanden sein könnten. Das ist einfacher: Man konfrontiert die Daten mit hypothetischen, vom Zufall gesteuerten Modellen, auch wenn man sie faktisch gar nicht ernsthaft in Betracht zieht. Kann man glaubhaft machen, dass sich die Daten so nicht erklären lassen, so gilt dies als Beleg, dass eben doch ein Wirkungszusammenhang besteht. Hier geht kausales Denken ein Bündnis mit dem Zufall ein; die Statistik mit ihren Zufallsbetrachtungen wird zum methodischen Rüstzeug einer empirischen Wissenschaft, der es gar nicht um den Zufall geht. Das hat auch seine Tücken, dennoch ist die Entwicklung der Statistik eine moderne Erfolgsgeschichte.

Im letzten Beispiel schließlich deuten wir an, wie man in der Finanzmathematik dem Börsengeschehen und seinen Risiken mit Zufallsmodellen auf den Grund geht. Dabei geht es um Fragestellungen, die erst einmal gar nichts mit Zufall zu tun haben, auch entsprechen die Zufallsmodelle definitiv nicht der Wirklichkeit. Dennoch ist es hier so, dass diese »falschen« Modelle (sogenannte »Martingalmaß«) das Verständnis entscheidend fördern. Das klingt paradox und ist nicht ganz leicht zu vermitteln. An diesen Modellen kommt man aber nicht mehr vorbei, will man die Risiken auf den Finanzmärkten in Schranken halten. Spezialisten aus der Mathematik wächst hier eine immer wichtigere Rolle zu.

Insgesamt ist festzustellen, dass die Wissenschaft den Zufall als eigenständiges Konzept verstehen und entwickeln muss. Diese Aufgabe ist Gegenstand der Stochastik (»Kunst des Mutmaßens«), der mathematischen Lehre vom Zufall. In ihr geht es weniger darum, ob es den Zufall in der Welt wirklich gibt, vielmehr ist es ihre Aufgabe, den Begriff des Zufalls herauszuarbeiten.

Auflösen von Warteschlangen: Besser mithilfe des Zufalls

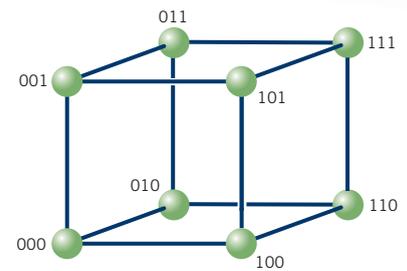
Stellen wir uns vor, dass in einem Netzwerk Pakete hin- und hergeschickt werden. An verschiedenen Knotenpunkten treffen sie aufeinander, sie müssen dann eines nach dem anderen weitergeleitet werden (zum Beispiel nach der Regel FIFO: »first in first out«). Wie kann man verhindern, dass dabei lange Warteschlangen entstehen; Knoten, an denen der Informationsfluss zusammenbricht? Offenbar handelt es sich um eine Fragestellung aus der Welt der Rechner und des Internets.

Schauen wir auf ein Beispiel, ein Netzwerk von der Gestalt eines Würfels, wie in **1**.

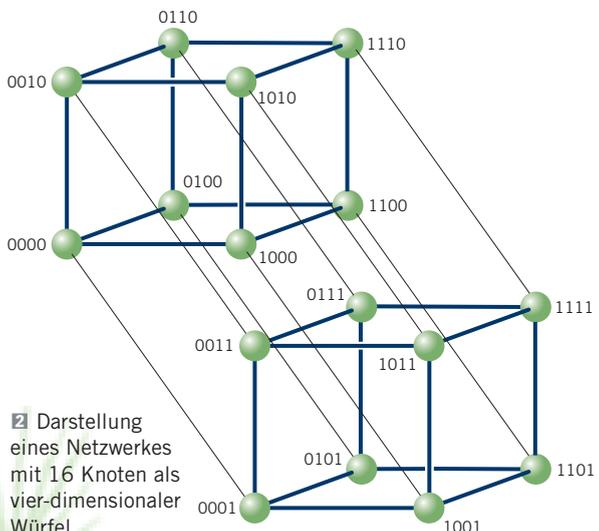
Die Ecken des Würfels sind die Knotenpunkte. Sie heißen benachbart, wenn sie durch eine Kante verbunden sind. Die Kanten sind die Verbindungen, entlang derer die Pakete in beide Richtungen laufen können, pro Takteinheit aber immer nur jeweils eines. Zwischen zwei nicht benachbarten Ecken gibt es verschiedene Verbindungswege, die direkten bestehen aus höchstens drei Kanten. Stellen wir uns weiter vor, dass von jeder der acht Ecken ein Paket zu irgendeiner anderen Ecke gesendet wird. Dabei entstehen dann Schlangen bis zur Länge acht. Dies ist ein kleines, noch nicht besonders interessantes Netzwerk.

Spannender sind große Netzwerke. Wir betrachten nun Netzwerke, bei dem jeder Knoten eine Adresse aus n Zahlen x_1, x_2, \dots, x_n besitzt, wobei jede dieser n Zahlen entweder den Wert 0 oder 1 annimmt. Damit hat man 2^n verschiedene Adressen. Der Fall $n = 3$ entspricht, wie man Abbildung **1** entnimmt, einem drei-dimensionalen Würfel. Der Abbildung entnimmt man auch, dass zwei Ecken genau dann benachbart sind, wenn sich ihre Adressen an genau einer Stelle unterscheiden. So wollen wir es auch allgemein im Fall $n \geq 3$ halten: Die Ecken x_1, x_2, \dots, x_n und y_1, y_2, \dots, y_n seien benachbart, sind also durch eine Kante verbunden, wenn sich beide Adressen an genau einer Stelle unterscheiden.

Dieses Netzwerk heißt n -dimensionaler Würfel. Er hat 2^n Ecken und $n \cdot 2^{n-1}$ Kanten, und je zwei Ecken sind



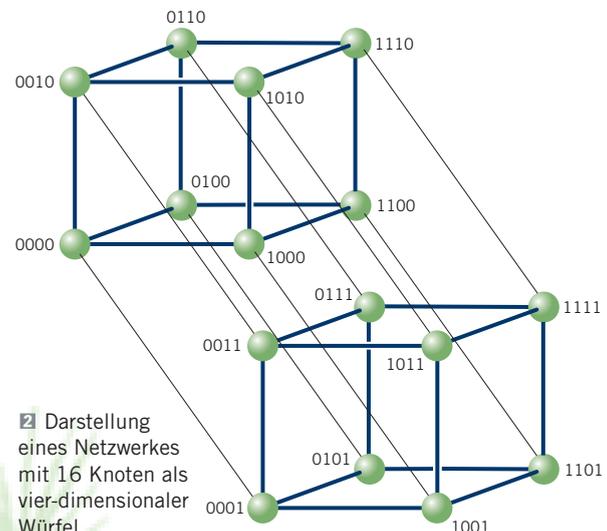
1 Einfaches Modell eines Netzwerkes mit acht Knoten und dreistelligen digitalen Adressen.

durch einen Weg höchstens der Länge n verbunden, denn ihre Adressen unterscheiden sich an höchstens n Stellen. Der 4-dimensionale Würfel ist in der Abbildung  dargestellt.

Deterministischer Algorithmus provoziert Staus

Wir betrachten nun also die folgende Aufgabe: Von jeder der 2^n Adressen soll ein Paket an eine andere Adresse geschickt werden, unter den oben genannten Bedingungen. Man nimmt der Übersichtlichkeit halber gerne an, dass auch die 2^n Zieladressen alle verschieden sind. Die Frage ist: Gibt es günstige Regeln, bei denen keine langen Warteschlangen entstehen? Realistisch ist die Randbedingung, dass die Regel, nach der jedes einzelne Paket vom Start zum Ziel geschickt wird, unabhängig davon ist, was mit den anderen Paketen geschieht. Wir richten also, bildlich gesprochen, unser Augenmerk auf Scheuklappen-Algorithmen.

Dazu gibt es interessante mathematische Resultate. Betrachten wir erst einmal deterministische Scheuklappen-Algorithmen. Davon gibt es eine Vielzahl, nahe liegend ist etwa das folgende Verfahren: Soll ein Paket von $x_1x_2 \dots x_n$ nach $z_1z_2 \dots z_n$ geschickt werden, so suche man



 Darstellung eines Netzwerkes mit 16 Knoten als vier-dimensionaler Würfel.

sei gesagt: Bei ungünstiger Konstellation der Zieladressen braucht man mindestens $2^{n/2}/n$ Schritte, bis schließlich alle Pakete zugestellt sind. In sehr großen Netzwerken wird diese Zahl sehr groß, im Fall $n = 100$ größer als 10^{13} . Dabei hat man zwischen zwei beliebig ausgewählten Adressen einen Verbindungsweg, dessen Länge höchstens 100 ist!

Es stellt sich weiter heraus: Dieses entmutigende Resultat gilt für jeden deterministischen Scheuklappen-Algorithmus. Immer lassen sich Zieladressen angeben, so dass zumindest der Größenordnung nach die beschriebene ungünstige Situation besteht.

Mit zufällig gewählten Zwischenstopps schneller ans Ziel

Der Zufall macht es möglich, diesen schwer zu fassenden ungünstigen Konstellationen auszuweichen. Zum Beispiel auf die folgende Weise: Zu jeder Adresse wähle man, zusätzlich zu der Zieladresse, noch eine Zwischenadresse. Diese Zwischenadressen werden rein zufällig gewählt, unabhängig von Knoten zu Knoten. Dann verschicke man die Pakete durch sAdA, jedoch erst einmal an die Zwischenadressen! Sind diese erreicht, so verschicke man erneut die Pakete durch sAdA, nun an die Zieladressen. Es zeigt sich: Dieser randomisierte Scheuklappen-Algorithmus braucht, mit kleiner Ausnahmewahrscheinlichkeit, nur höchstens $6.2 \times n$ Schritte, bis alle Pakete zugestellt sind. Genauer lässt sich die Ausnahmewahrscheinlichkeit abschätzen als

$$Ws(\text{mehr als } 6.2 \times n \text{ Schritte}) \leq 2^{-(n-1)}.$$

Im Fall $n = 100$ benötigt also der randomisierte Algorithmus höchstens 620 Schritte, abgesehen vom Ausnahmefall, der eine Wahrscheinlichkeit von weniger als 10^{-29} besitzt.

Dieses Resultat bedeutet: Auch wenn es schwer zu sagen ist, welche Zieladressen zu langen Wartezeiten führen, so ist ihre relative Häufigkeit gering. Man kann ihnen daher durch rein zufällige Wahl der Zieladressen ausweichen.

Kann das denn Zufall sein? Ein Beispiel aus der Statistik

Die Statistik hat das Anliegen, kausale Zusammenhänge, deterministische Einflüsse, die in irgendwel-



erst die kleinste Stelle i , an der sich x_i und z_i unterscheiden und schicke das Paket zunächst an den benachbarten Knoten, dessen Adresse sich an genau dieser Stelle von der Startadresse unterscheidet. Er hat die Adresse $x_1 \dots x_{i-1} z_i x_{i+1} \dots x_n = z_1 \dots z_{i-1} z_i x_{i+1} \dots x_n$. Dann ersetze man die nächste unterschiedliche Stelle und so weiter, bis $z_1 z_2 \dots z_n$ erreicht ist. Verfährt man bei Warteschlangen noch nach der Regel FIFO, so hat man einen wohldefinierten Scheuklappen-Algorithmus, nennen wir ihn sukzessives Ausrichten der Adressen (sAdA).

Nun stellt sich heraus: Wenn man die Zieladressen unglücklich wählt, entstehen beim sAdA lange Warteschlangen. Wie das im Einzelnen aussieht, damit wollen wir uns hier nicht auseinandersetzen, nur so viel

chen Daten zum Ausdruck zu kommen scheinen, glaubhaft zu machen. Dabei ist es nicht ihr Weg, solche kausalen Beziehungen aufzuzeigen, sie möchte umgekehrt aufzeigen, dass der Zufall als Erklärungsmuster für die Daten nicht taugt.

Wir wollen diese Vorgehensweise der Statistik an einem Beispiel demonstrieren: Eine Botschaft ein und desselben Inhalts (es ging um den Vergleich des Erfolgs zweier Therapiemethoden (T1 und T2)) wurde in zwei unterschiedliche Darstellungsformen verpackt. In Form A wurde herausgestellt, wie groß jeweils der Prozentsatz der Patienten ist, bei denen Behandlung T1 erfolglos bzw. Behandlung T2 erfolgreich war, in Form B wurde der Akzent gerade umgekehrt gesetzt.

Von insgesamt 167 Ärzten, die an einer Sommer-schule teilnahmen, wurden rein zufällig 80 ausgewählt, denen die Botschaft in der Form A vermittelt wurde, die restlichen 87 bekamen die Botschaft in der Form B mitgeteilt. Jeder der Ärzte hatte sich daraufhin für die Bevorzugung einer der beiden Therapiemethoden zu entscheiden. Das Ergebnis war:

	für Methode T1:	für Methode T2:	Summe:
A:	40	40	80
B:	73	14	87
Summe:	113	54	167

Die Daten zeigen: In der A-Gruppe gibt es im Verhältnis weniger Befürworter der Therapiemethode T1 als in der B-Gruppe (nämlich 40:40 gegen 73:14). Daher könnte der Verdacht entstehen, dass die Art, in der die Botschaft mitgeteilt wurde, tendenziös war und die Ärzte sich dadurch in ihrem Urteil haben beeinflussen lassen. Ein Skeptiker könnte einwenden: »Ein derartiges Ergebnis kann auch ohne Beeinflussung zustande kommen, wenn der Zufall es will.«

Haben die Ärzte sich täuschen lassen? Oder war es ein Zufall?

Ob die Botschaft wirklich tendenziös war, ist nicht so einfach zu klären. Die Behauptung des Skeptikers lässt sich besser überprüfen und gegebenenfalls widerlegen. Dazu führen wir folgende Hypothese über den Zufall ein: Die Form der Botschaft habe keinen Einfluss auf die Meinungsbildung der 167 Ärzte gehabt; es wäre so, als ob die einen 80 die Botschaft auf rotem, die anderen 87 eine wörtlich gleichlautende Botschaft auf blauem Papier bekommen hätten. Wie wahrscheinlich ist es, dass eine so extreme Aufteilung in 113 Befürworter von T1 und nur 54 Befürworter von T2 zufällig zustande kommt?

Eine Veranschaulichung: Wenn aus einer Urne mit 80 roten und 87 blauen Kugeln rein zufällig 113 Kugeln gezogen werden, wie wahrscheinlich ist dann ein so extremes Ergebnis wie das, nur 40 rote Kugeln zu ziehen? Wir wollen die Analyse hier nicht im Detail durchführen, auch wenn sie nicht sehr schwierig ist; (Stichworte sind Erwartungswert und Varianz der hypergeometrischen Verteilung). Das Resultat ist, dass in der Stichprobe im Mittel 54 rote Kugeln enthalten sind und dass eine Abweichung größer oder gleich 14 nur mit Wahrscheinlichkeit 6×10^{-6} eintritt, 6-mal in einer Million Fälle.

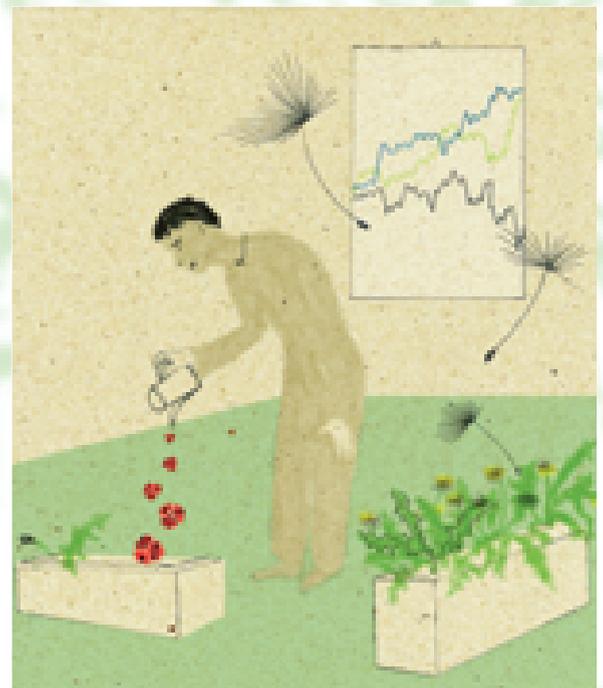
Der Zufall scheidet damit nach menschlichem Ermessen als Erklärungsgrund für die in den Daten sichtbare Tendenz aus. Die Versuchspersonen haben sich,

wie es aussieht, beeinflussen lassen. Wir sehen, der Zufall dient in diesem Beispiel allein als Gedankenexperiment. Es hilft, ihn zurate zu ziehen, auch wenn in Wirklichkeit etwas ganz anderes geschehen ist. Von solch hypothetischer Bauart sind viele Überlegungen innerhalb der Statistik [siehe Gaby Schneider, »Durchblick im neuronalen Konzert«, Seite 26].

Der Zufall in der Finanzmathematik

Das genuine Thema der modernen Finanzmathematik sind Termingeschäfte und ihre Bewertung. Zufallsüberlegungen spielen dabei eine zentrale Rolle, jedoch in ganz anderer Weise, als man zunächst meinen könnte. Worum es geht, wird schon im einfachsten Fall deutlich.

Stellen wir uns vor, dass ein Terminkontrakt in einer zukünftigen Auszahlung besteht, entweder einer größeren Auszahlung t^\uparrow oder einer kleineren t^\downarrow . Welche das sein wird, hängt von der Entwicklung eines Aktienkurses ab, für den wir auch zwei zukünftige Werte in Betracht ziehen, einen höheren a^\uparrow und einen niedrigeren a^\downarrow . Was ist ein angemessener Preis P für einen solchen Kontrakt? Wie steht er zum aktuellen Kurs a der Aktie ($a^\downarrow < a < a^\uparrow$)?



Eine plausible Antwort lautet: Das kommt auf die Erwartungshaltung der Akteure an. Ist w^\uparrow die Wahrscheinlichkeit, dass der Aktienkurs auf a^\uparrow steigt – und damit $w^\downarrow = 1 - w^\uparrow$ diejenige, dass der Kurs auf a^\downarrow sinkt, – so ist es natürlich, den Preis als das mit den Wahrscheinlichkeiten gewichtete Mittel von t^\uparrow und t^\downarrow anzusetzen, also als

$$P(w^\uparrow, w^\downarrow) = t^\uparrow w^\uparrow + t^\downarrow w^\downarrow.$$

Es erscheint nicht unvernünftig, dass der Preis von den Wahrscheinlichkeiten abhängt, die subjektiv gewählt sein können und widerspiegeln, ob man von einem im Mittel steigenden oder sinkenden Aktienkurs ausgeht, ob also

$$a^\uparrow w^\uparrow + a^\downarrow w^\downarrow > a \text{ oder } a^\uparrow w^\uparrow + a^\downarrow w^\downarrow < a$$

gilt (Bulle oder Bär). Von geringem Interesse scheint dagegen das Geschehen am Aktienmarkt aus Sicht desjenigen zu sein, der $a^\uparrow w^\uparrow + a^\downarrow w^\downarrow = a$ annimmt, der es also als ein faires Glücksspiel ansieht. Wir werden sehen.

Was ist der korrekte Preis eines Termingeschäfts?

Diese Überlegungen führen nicht zum Ziel, wenn man nach dem korrekten Preis des Kontrakts fragt. Den gibt es nämlich, unabhängig von irgendwelchen Annahmen über Wahrscheinlichkeiten. Um ihn zu finden, betrachten wir ein Portfolio (x, y) , bestehend aus x Aktien und y auf einem Konto gelagerten Geldeinheiten (Euro). Sein zukünftiger Wert ist dann entweder $x a^\uparrow + y$ oder $x a^\downarrow + y$, je nachdem, wie sich der Aktienkurs entwickelt; (der Einfachheit halber sehen wir von einer Verzinsung des Geldes ab). Wählen wir insbesondere x und y solchermaßen, dass das Gleichungssystem

$$x a^\uparrow + y = t^\uparrow \quad \text{und} \quad x a^\downarrow + y = t^\downarrow$$

erfüllt ist, so ist das Portfolio in Zukunft gerade so viel wert wie unser Terminkontrakt, man spricht von Duplikation. Offenbar darf dann auch aktuell keine Wertdifferenz bestehen, der heutige korrekte Preis des Terminkontrakts ist also

$$P_{\text{korrekt}} = x a + y.$$

Diese Überlegung hat erst einmal, wie dies Black, Scholes und Merton als erste erkannten, gar nichts mit Zufall zu tun [siehe Christoph Kuhn, »Bulle und Bär«, Seite 32].

Und dennoch: Ein tiefer gehendes Verständnis erwächst nur, wenn man den Zufall doch wieder ins Spiel bringt. Setzt man nämlich obige Wahrscheinlichkeiten speziell als

$$w^\uparrow = (a - a^\downarrow) / (a^\uparrow - a^\downarrow) \quad \text{und} \quad w^\downarrow = 1 - w^\uparrow = (a^\uparrow - a) / (a^\uparrow - a^\downarrow),$$

so folgt, wie man durch Auflösen des Gleichungssystems nach x und y und Einsetzen in die Formel für P_{korrekt} ohne Weiteres nachrechnen kann,

$$P_{\text{korrekt}} = P(w^\uparrow, w^\downarrow) \text{ sowie } a = a^\uparrow w^\uparrow + a^\downarrow w^\downarrow.$$

Der Aktienmarkt als faires Glücksspiel

Dieses ist nun eine Überraschung: Der korrekte Preis des Finanzkontrakts ist derselbe, der sich ergibt, wenn man den Aktienmarkt als faires Glücksspiel ansieht! Folgerichtig wird in der Finanzmathematik mit diesen hypothetischen Wahrscheinlichkeiten gerechnet, mögen sie nun die Wirklichkeit angemessen beschreiben oder nicht.

Diese Erkenntnisse haben die Finanzmathematik umgekrempelt und sie heute zu einem der wichtigsten und anspruchsvollsten Gebiete der Stochastik werden lassen. Es ist nicht nur so, dass das doch recht dürre Gleichungssystem mit Wahrscheinlichkeiten eine plastische Interpretation erfährt. Die Einsicht, dass Termingeschäfte korrekterweise (sicher nicht als faire Spiele betrachtet, aber) so analysiert werden können, als wären sie faire Spiele, ermöglicht den Einsatz ausgefeilter Techniken aus der Stochastik, wie sie die Martingaltheorie bereitstellt.

Finanzmathematiker werden heute in den Finanzinstituten allerorten gebraucht, in einer Zahl, wie sie die Universitäten bisher kaum bereitstellen können. Darauf muss man sich einstellen – auch wenn man den Finanzmärkten mit all ihren Turbulenzen reserviert gegenübersteht.

Diese Beispiele belegen, dass der Zufall besser ist als sein Ruf. Stochastische Modelle schaffen in vielen Fällen eine solide Grundlage, die uns hilft, komplexe Zusammenhänge zu beurteilen oder Risiken schwer vorhersehbarer Entwicklungen einzuschätzen. ♦

Literatur

Götz Kersting und Anton Wakolbinger: Elementare Stochastik, Birkhäuser 2008.

Odo Marquard: Apologie des Zufälligen, Reclam 1986.

David Ruelle: Zufall und Chaos, Springer 1992.

Der Autor



Prof. Dr. Götz Kersting, 58, kam 1981 als Professor für Mathematik an die Universität Frankfurt. Er promovierte 1975 an der Universität Göttingen, wo er sich 1978 auch habilitierte. Vor seinem Ruf nach Frankfurt hatte er Stellen inne an der Universität Fribourg (Schweiz) und der Freien Universität Berlin. Seine Forschungskontakte führten ihn unter anderem nach Madison (Wisconsin), Melbourne, Canberra, Delft, Göteborg, Wien, Toronto, Moskau und Bath.

Das Arbeitsgebiet von Kersting liegt in der Wahrscheinlichkeitstheorie, speziell bei den Verzweigungsprozessen und der stochastischen Analysis. Aktuell ist er der Verantwortliche für ein Forschungsprojekt über »Branching processes

and random walks in random environment«, an dem Wissenschaftler der Universität Münster, der Technischen Universität München sowie des Steklov Instituts für Mathematik der Russischen Akademie der Wissenschaften, Moskau, mitarbeiten und das durch Mittel der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Russischen Stiftung für Grundlagenforschung (RFBF) finanziert wird. Der Autor befasst sich aber auch mit Fragen der Grundlegung der Stochastik, wie in einer Veröffentlichung zum Begriff der Zufallsvariablen, die demnächst in einem Sammelband bei Cambridge University Press erscheint. Kersting ist einer der Herausgeber der Lehrbuchreihe »Mathematik kompakt« beim Birkhäuser Verlag, Basel. Gemeinsam mit seinem Frankfurter Kollegen Anton Wakolbinger ist er Autor des soeben erschienenen Lehrbuches »Elementare Stochastik«.

kersting@math.uni-frankfurt.de

http://ismi.math.uni-frankfurt.de/kersting

Zusritt für Erwachsene nur in Begleitung von 8- bis 12-Jährigen

www.kinderuni.uni-frankfurt.de



6. Frankfurter Kinder-Uni

22.–26. September 2008

Alle Veranstaltungen auf dem Campus Bockenheim, Hörsaalgebäude, Hörsaal VI

Montag, 22. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr

Warum brauchen Spione Mathematik?

Gehemtschriften und wie man sie ent
Prof. Dr. Annette Werns, Mathematikerin



Dienstag, 23. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr



Kann man mit Knoten rechnen?

Was Mathematiker mit Schneckenkeln machen
Dr. Cynthia Hog-Angeloni, Mathematikerin

Mittwoch, 24. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr

Wer wirft da mit Kometen?

Eine Weltraum-Mission in die Vergangenheit
Prof. Dr. Frank E. Brenker, Geowissenschaftler



Donnerstag, 25. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr

Wieso mag mein Computer Chips?

Über alte und neue Rechenmaschinen
Prof. Dr. Wolfgang Glens, Arzt und Medizininformatiker
Uwe Geisler, Informatikstudent



Freitag, 26. September 2008, 9.00 Uhr und 11.30 Uhr (für Schulklassen), 15.30 Uhr

Wie kommt die Perle in die Auster?

Ertäunliches von Muscheln, Schnecken und Tintenfischen
Junior-Prof. Dr. Annette Klusmann-Kollb, Biologie



Kooperationspartner:

